مقيـــاس: المعالجة الإحصائية للبيانات التربوية 2

الأستاذة: أمينة رحمون

السداسي الثاني: للسنة أولى ماستر إرشاد وتوجيه **المعامل: 02**

الرصيد: 03

- **ملاحظة: يرجى من الطلبة مراجعة العلاقة الخطية وغير الخطية التي تناولناها العام الماضي.**

- **المحاضرة الأولى: تحليل الانحدار Regression Analysis .**

إن تحليل الانحدار هو أداة إحصائية تستخدم العلاقة بين متغيرين كميين اثنين أو أكثر، بحيث نستطيع التنبؤ بالقيمة التي يأخذها متغير بدلالة المتغير الآخر أو المتغيرات الأخرى.

فهو يهتم بدراسة العلاقة الخطية بين متغيرين أحدهما متغير تابع والآخر متغير مستقل، من خلال إيجاد معادلة خط مستقيم تربط بين المتغيرين - أحدهما محكي (تابع) والآخر منبئ (مستقل) - . بينما الارتباط الخطي بين متغيرين يستخدم لحساب حجم العلاقة بين المتغيرين.

وعند دراسة العلاقة بين متغيرين أو أكثر فإننا نهتم بحساب حجم العلاقة بين المتغيرات، ومعرفة اتجاه هذه العلاقة إيجابا أو سلبا (طرديا أو عكسيا)، كما أننا نهتم بمحاولة التنبؤ بأحد المتغيرات من علاقته بمتغير آخر، أو بعدة متغيرات أخرى.

وتحسب العلاقة بين متغيرين من الانحدار الخطي لأحد المتغيرين على المتغير الثاني، أو من حساب الارتباط الخطي بين درجات المتغيرين.

ويقصد بالانحدار الخطي التوصل إلى معادلة التنبؤ بأحد المتغيرين من المتغير الآخر، ومعنى هذا أن الانحدار الخطي يساعد في التنبؤ بدرجات أحد المتغيرين (التابع) إذا علمت قيم المتغير الآخر والذي يسمى المتغير المنبئ.

أما الارتباط الخطي فهو إيجاد حجم العلاقة بين المتغيرين بافتراض وجود علاقة خطية بينهما. ومعنى هذا أن الارتباط الخطي يتشابه (إلى حد ما) مع الانحدار الخطي، لأن كلا منهما يتوصل إلى معرفة العلاقة بين المتغيرين.

وللتوضيح أكثر: ففي دراسة العلاقة بين ظاهرتين أو أكثر إذا كان الهدف تحديد نوع وقوة العلاقة فإننا ندرس الارتباط Corrélation، أما إذا كان الهدف دراسة العلاقة من خلال التمثيل البياني بأفضل علاقة اقتران ممكنة بالشكل $Y_i = f(x)$ فإننا ندرس الانحدار Regression ويسمى المستقيم أو المنحنى الذي يمثل هذا الاقتران مستقيم أو منحنى الانحدار، وهو من الأساليب الإحصائية لتحديد التأثيرات بين المتغيرات المستقلة والمتغير التابع عن طريق معادلة الانحدار للتنبؤ بقيمة المتغير التابع بدلالة المتغيرات المستقلة، فإذا كان عدد المتغيرات المستقلة واحد فيسمى **انحدار خطي بسيط** Simple Linear Regression، مثال إذا قام الباحث بقياس العلاقة بين الذكاء والتحصيل الدراسي، فباستطاعته استخدام تحليل الانحدار البسيط، للتنبؤ بدرجات التحصيل الدراسي، إذا كان على علم بدرجات الذكاء، أما إذا كان عدد المتغيرات المستقلة أكثر من واحد فيسمى **انحدار متعدد** Multiple Regression، وكمثال لنفترض أننا سحبنا عينة من عائلات تسكن مدينة خميس مليانة، وجمعنا معلومات من هذه العائلات عن إنفاقها الشهري، ودخلها الشهري، وعدد أفرادها، وادخارها، فتحليل الانحدار المتعدد يمكننا من دراسة العلاقة بين الإنفاق الشهري والعوامل الأخرى (الدخل، الادخار، وعدد الأفراد)، فنستطيع التنبؤ بالإنفاق من خلال المتغيرات الأخرى.

❖ **مفاهيم عامة لابد من الإلمام بها:**

- **التنبؤ** Prediction**:** تقدير بيانات غير معروفة مبنية على بيانات معروفة وذات صلة بالظاهرة.
- **الانحدار يفترض وجود علاقة خطية قوية.**
- تحليل الانحدار Regression Analysis: الأساليب التي تستخدم في تقدير قيمة متغير عند معرفة قيم متغير آخر.
- **أهداف تحليل الانحدار:**
  1. تحديد العلاقة بين المتغير التابع Y والمتغيرات المستقلة X.
  2. التنبؤ بقيمة المتغير التابع Y عن طريق المتغيرات المستقلة X.
  3. الاستنتاج حول المجتمع من خلال المعادلة التقديرية.
  4. اختبار الفروق بين خط الانحدار التقديري وخط الانحدار الحقيقي.

المحاضرة الثانية: معادلة الانحدار الخطي البسيط

يتشابه الانحدار الخطي البسيط مع الارتباط في توضيحه للعلاقة بين متغيرين. حيث أننا نحاول التوصل إلى خط مستقيم يمثل أزواج الدرجات للمتغيرين موضع الاهتمام. ونستطيع التوصل إلى معادلة لذلك الخط المستقيم باستخدام بيانات المتغيرين. فإذا رمزنا لأحد المتغيرين الرمز X والمتغير الثاني الرمز Y، فإن الانحدار الخطي يحاول التوصل إلى أفضل خط مستقيم يربط بين X وy، معنى التوصل إلى خط مستقيم يمر بمركز شكل الانتشار لدرجات x، y ويحقق شرطي المربعات الصغرى. ويوضح الخط المستقيم التغير في أحد المتغيرين x وما يقابله من تغير في المتغير الآخر y. فكل تغير في قيم المتغير x يقابله قدر ثابت من التغير في المتغير y. وهذا القدر الثابت يعتمد على ميل الخط المستقيم أو على العلاقة بين x و y.

فمفهوم الانحدار يثير اهتماما واسعا باعتباره يوفر لنا أسلوب إحصائي، يساعدنا على التنبؤ بدرجة فرد ما في اختبار معين انطلاقا من درجته في اختار آخر طالما يوجد ارتباط خطي بين درجات الاختبارين، ومعناه يتنبأ بقيم y انطلاقا من معرفته لقيم x وذلك باعتماده على خط الانحدار.

إن مفهوم الانحدار امتداد لمفهوم الارتباط، حيث يدرس العلاقات بين المتغيرات، دون الاهتمام بقوة العلاقة بين هذه المتغيرات، حيث يهتم بمقدار التغيرات الحاصلة في أحد العوامل والمصاحب لمتغيرات أخرى محددة، من خلال بناء علاقة رياضية يطلق عليها معادلة الانحدار للتنبؤ بقيم متغير معين إذا علمت قيم متغير آخر، حيث تمكننا هذه المعادلة من تحديد نسبة التغير، بينما معامل الارتباط يكتفي في بيان نوع هذه العلاقة من حيث كونها عكسية أم طردية، قوية كانت أم ضعيفة، ويرتبط الانحدار بمعامل الارتباط من حيث قوة التنبؤ بالعلاقة بين المتغيرات، فكلما كان معامل الارتباط مرتفع، تزداد الدقة بالتنبؤ بين المتغيرات (القهوجي، أبو عواد، 2018، ص.183).

❖ **شروط معادلة الانحدار:**

1. خطية العلاقة (لوحة الانتشار).
2. التوزيع الاعتدالي.
3. العينات العشوائية.
4. تجانس التباين.
5. استقلالية العينات.

❖ **العلاقة بين معاملي الانحدار والارتباط الخطي البسيط:**

إن معامل الانحدار الخطي البسيط ومعامل الارتباط الخطي البسيط يسيران في نفس الاتجاه، وإشارة ميل خط الانحدار هي نفسها إشارة معامل الارتباط الخطي، فإذا كانت العلاقة بين المتغيرين طردية فإشارتهما موجبة، وإذا كانت العلاقة بين المتغيرين عكسية فإشارتهما سالبة.

❖ **الشكل العام لنموذج الانحدار الخطي البسيط بين متغيرين:**

الشكل العام لمعادلة الانحدار الخطي البسيط بين متغيرين كالتالي:

$$\hat{y} = a + b\,(x) + \text{SEE}$$

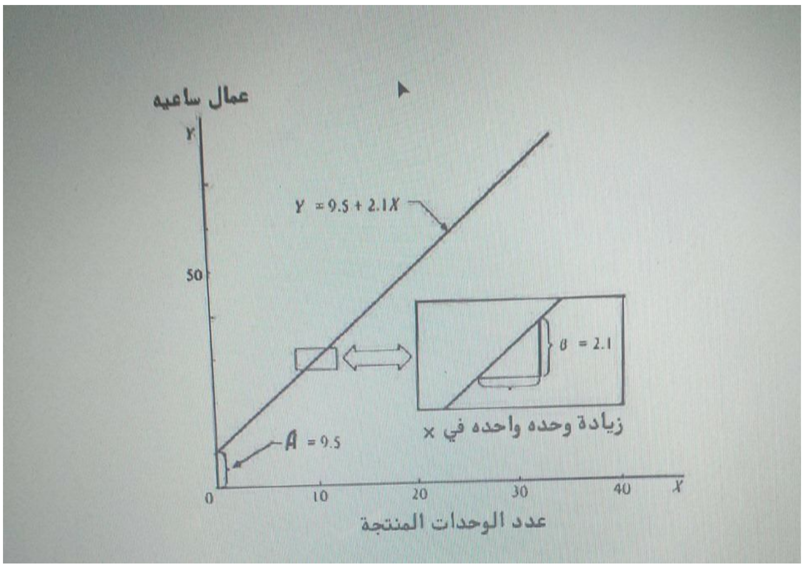
ŷ: المتغير التابع.

X: المتغير المستقل.

a: ثابت الانحدار، وتمثل نقطة تقاطع الخط مع محور y، وتمثل ايضا قيمة y عندما x تساوي 0.

b: تمثل مدى ارتفاع الخط أو مدى ميله، معنى ميل خط الانحدار، معنى درجة التغير الذي يحدث في y كلما حولنا بوحدة واحدة في متغير x .

SEE: الخطأ المعياري للتقدير (Standard Error of The Estimate)، أو الخطأ المعياري للتنبأ.



الشكل يمثل نموذج عن معادلة الانحدار الخطي البسيط

❖ بالنسبة للقوانين:

❖ لحساب المعادلة التقديرية للانحدار الخطي البسيط عندنا طريقتين:

1. طريقة المربعات الصغرى:

$$\hat{y} = a + b\,(x)$$

$$b = \frac{n\sum x.y - \sum x.\sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$a = \bar{y} - b\,(\bar{x})$$

2. إذا علمنا قيمة معامل الارتباط البسيط بين x و y كالتالي:

$$\hat{y} = a + b\,(x)$$

$$b = \frac{sy}{sx} \times r$$

$$r = \frac{n\sum(x.y) - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n\sum x^2 - (\sum x)^2]\,[n\sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

$$a = \bar{y} - b\,(\bar{x})$$

Sy: الانحراف المعياري للمتغير y.

Sx: الانحراف المعياري للمتغير x.

r : معامل الارتباط بين المتغيرين

مثال: فيما يلي بيانات عن عدد ساعات المراجعة في الأسبوع لعينة من 8 تلاميذ في السنة الثالثة ثانوي، ودرجات تحصيلهم الدراسي في مادة الرياضيات.

ساعات المراجعة (x)	12	14	25	30	40	45	50	60
التحصيل الدراسي (y)	12	14	15	15	14	16	17	16

- **<u>المطلوب:</u>**

- ارسم لوحة الانتشار؟
- ما هي توقعاتك للعلاقة ين المتغيرين؟
- أكتب معادلة الانحدار الخطي البسيط؟
- فسر المعادلة؟
- تنبأ بدرجة التحصيل الدراسي إذا كان عدد ساعات المراجعة 35 ساعة، 20 ساعة؟

- **<u>الإجابة:</u>**

1. لو رسمنا لوحة الانتشار نلاحظ أن القيم تقترب من بعضها البعض، والعلاقة بين المتغيرين يمكن تمثيلها بخط مستقيم. (راجع لوحة الانتشار في معامل الارتباط).
2. نتوقع أن العلاقة قوية وموجبة بين المتغيرين من خلال ملاحظة القيم في الجدول.
3. **كتابة معادلة الانحدار الخطي البسيط:**

❖ **الطريقة الأولى: طريقة المربعات الصغرى:**

$$\hat{y} = a + b\,(x)$$

$$b = \frac{n\sum x.y - \sum x.\sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$a = \bar{y} - b\,(\bar{x})$$

n	ساعات المراجعة (x)	التحصيل الدراسي (y)	x.y	X^2
1	12	12	144	144
2	14	14	196	196
3	25	15	375	625
4	30	15	450	900
5	40	14	560	1600
6	45	16	720	2025
7	50	17	850	2500
8	60	16	960	3600
∑	276	119	4255	11590

- نجمع درجات كل من درجات المتغيرين x وy لجميع أفراد العينة فنتحصل على مجموع x ومجموع y.
- نضرب كل درجة من درجات x في الدرجة المقابلة لها من درجات y ثم نجمع حواصل الضرب فينتج مجموع x.y
- نربع درجات المتغير x، ثم نجمع هذه المربعات لكل أفراد العينة فينتج مجموع مربعات x.

- نحسب متوسطي المتغيرين x و y. المتوسط الحسابي ل x يساوي 34.50، والمتوسط الحسابي ل y يساوي 14.875.

- **ثم نحسب ما يلي:**

- **نحسب b:**

$$b = \frac{n\sum x.y - \sum x.\sum y}{n\sum x^2 - (\sum x)^2}$$

$$b = \frac{8\,(4255) - (276)(119)}{8(11590)\; - (276)^2}$$

$$b = \frac{34040\; - 32844}{92720 - 76176}$$

$$b = \frac{1196}{16544}$$

b= 0.072

- نحسب a:

$$a = \bar{y} - b\,(\bar{x})$$

a = 14.875 – 0.072 (34.50)

a = 12.921

- وأخيرا نكتب معادلة الانحدار:

ŷ = a + b (x)

ŷ = 12.921 + 0.072 (x)

4- التفسير: يدل على أنه كلما زادت ساعات المراجعة ساعة واحدة، حدث زيادة في التحصيل بمقدار 0.072.

5- نتنبأ بدرجة التحصيل الدراسي إذا كان عدد ساعات المراجعة 35 ساعة، 20 ساعة.

هنا نقوم التعويض في المعادلة $\hat{y} = 12.921 + 0.072\ (x)$ ، مكان X، نضع 35، ثم 20.

❖ درجة التحصيل الدراسي إذا كان عدد ساعات المراجعة 35 هي **15** كالتالي:

$$\hat{y}=12.921 + 0.072\ (35)$$

$\hat{y}=$ **15.44** بالتقريب 15

❖ درجة التحصيل الدراسي إذا كان عدد ساعات المراجعة 20 هي **14** كالتالي:

$$\hat{y}=12.921 + 0.072\ (20)$$

$\hat{y}=$ **14.36** بالتقريب 14

الطريقة الثانية: حساب معامل الانحدار b إذا علمنا قيمة معامل الارتباط البسيط بين x و y.

$$\hat{y} = a + b\ (x)$$

$$b = \frac{sy}{sx} \times r$$

$$r=\frac{n\sum(x.y) - (\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n\sum x^2 - (\sum x)^2]\,[n\sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

$$a = \bar{y} - b\ (\bar{x})$$

n	ساعات المراجعة (x)	التحصيل الدراسي (y)	x.y	X^2	y^2
1	12	12	144	144	144
2	14	14	196	196	196
3	25	15	375	625	225
4	30	15	450	900	225
5	40	14	560	1600	196

6	45	16	720	2025	256
7	50	17	850	2500	289
8	60	16	960	3600	256
∑	276	119	4255	11590	1787

- نجمع درجات كل من درجات المتغيرين x وy لجميع أفراد العينة فنتحصل على مجموع x ومجموع y.
- نضرب كل درجة من درجات x في الدرجة المقابلة لها من درجات y ثم نجمع حواصل الضرب فينتج مجموع x.y
- نربع درجات المتغير x، ثم نجمع هذه المربعات لكل أفراد العينة فينتج مجموع مربعات x.
- نربع درجات المتغير Y، ثم نجمع هذه المربعات لكل أفراد العينة فينتج مجموع مربعات Y.
- نحسب الانحراف المعياري للمتغيرين x و y.

$$sx=\sqrt{\frac{n\sum x^2 -(\sum x)^2}{n\,(n-1)}}$$

$$sx=\sqrt{\frac{8(11590)-(276)^2}{8\,(8-1)}}$$

$$sy=\sqrt{\frac{n\sum Y^2 -(\sum Y)^2}{n\,(n-1)}}$$

$$sy=\sqrt{\frac{8(1787)-(119)^2}{8\,(8-1)}}$$

$$sy= 1.55$$

نحسب معامل الارتباط بيرسون:

$$r=\frac{n\sum(x.y) -(\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n\sum x^2 - (\sum x)^2]\,[n\sum y^2 - (\sum y)^2]}}$$

$$r = \frac{1196}{1494.46}$$

$$r = 0.80$$

- **ثم نحسب ما يلي:**
- **نحسب b:**

$$b = \frac{sy}{sx} \cdot r$$

$$b = \frac{1.55}{17.19} .0.80$$

b= 0.072

- نحسب a:

$$a = \bar{y} - b\,(\bar{x})$$

a = 14.875 – 0.072 (34.50)

a = 12.921

- وأخيرا نكتب معادلة الانحدار:

ŷ = a + b (x)

ŷ = 12.921 + 0.072 (x)

4- التفسير: يدل على أنه كلما زادت ساعات المراجعة ساعة واحدة، حدث زيادة في التحصيل بمقدار 0.072.

5- نتنبأ بدرجة التحصيل الدراسي إذا كان عدد ساعات المراجعة 35 ساعة، 20 ساعة.

هنا نقوم التعويض في المعادلة ŷ = 12.921 + 0.072 (x) ، مكان X، نضع 35، ثم 20.

❖ درجة التحصيل الدراسي إذا كان عدد ساعات المراجعة 35 هي **15** كالتالي:

ŷ=12.921 + 0.072 (35)

$\hat{y}=$ **15.44** بالتقريب15

❖ درجة التحصيل الدراسي إذا كان عدد ساعات المراجعة 20 هي **14** كالتالي:

$$\hat{y}=12.921 + 0.072\ (20)$$

$\hat{y}=$ **14.36** بالتقريب 14

❖ **ملاحظة:** على الطالب استخدام الطريقة المناسبة حسب معطيات التمرين.

❖ **أعمال تطبيقية:**

التمرين الأول:

أراد باحث دراسة العلاقة بين نتائج مقياس المنهجية ونتائج مقياس الإحصاء الوصفي لطلبة السنة أولى جذع مشترك علوم اجتماعية. فتحصل على البيانات التالية:

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
x	9	10	11	13	15	16	16	17	18	20
y	7	9	10	11	13	14	15	15	14	16

المطلوب:

- ارسم لوحة الانتشار؟
- ما هو توقعك للعلاقة بين المتغيرين؟
- أكتب معادلة الانحدار الخطي البسيط؟ (بطريقتين)
- فسر المعادلة؟
- تنبأ بدرجة التلميذ في الإحصاء الوصفي إذا كانت درجاته في المنهجية 12، 14، 8، 19.
- حاول في التمرين لوحدك ثم انظر إلى الحل كما يلي:

a = 0.898	r = 0.96	SX= 3.62	$\overline{X}$= 14.50
$\hat{y}$ = 0.898+ 0.793 (x)	b = 0.793	SY= 2.98	$\bar{y}$=12.40

التمرين الثاني:

قس العلاقة الارتباطية بين X و y ثم اكتب معادلة الانحدار؟

8	7	6	5	4	3	2	1	n
8	10	12	8	8	10	8	11	x
7	9	11	8	7	9	9	10	y

حاول في التمرين ثم تأكد من الإجابة من الجدول التالي:

$\bar{X}$= 9.37	SX= 1.60	r = 0.88	a = 1.538
$\bar{y}$=8.75	SY= 1.39	b = 0.769	**$\hat{y}$ = 1.538+ 0.769(x)**

المحاضرة الثالثة: تابع لمعادلة الانحدار الخطي البسيط.

إن الشكل العام لمعادلة الانحدار الخطي البسيط بين متغيرين كالتالي:

$$\hat{y} = a + b\,(x) + SEE$$

ŷ: المتغير التابع.

X: المتغير المستقل.

a: ثابت الانحدار، وتمثل نقطة تقاطع الخط مع محور y، وتمثل ايضا قيمة y عندما x تساوي 0.

b: تمثل مدى ارتفاع الخط أو مدى ميله، معنى ميل خط الانحدار، معنى درجة التغير الذي يحدث في y كلما حولنا بوحدة واحدة في متغير x .

SEE: الخطأ المعياري للتقدير (Standard Error of The Estimate)، أو الخطأ المعياري للتنبأ.

- في المحاضرة السابقة تطرقنا إلى حساب معادلة الانحدار الخطي البسيط **ŷ = a + b (x)** دون التطرق إلى معرفة كيفية حساب الخطأ المعياري للتقدير (**SEE**).
- **في هذه المحاضرة سوف نتعلم كيفية حساب الخطأ المعياري للتقدير أو التنبأ (SEE)، وقانونه كالتالي:**

$$SEE = \sqrt{\frac{\sum (Y - \hat{y})^2}{n - 2}}$$

مثال:

فيما يلي درجات 5 طلاب في مادة الإحصاء (X) ودراجاتهم في مادة الرياضيات (Y).

5	4	3	2	1	N
9	20	13	8	10	X
6	11	9	6	8	Y

- **ملاحظة:** يفضل استخدام ثلاثة أو أربعة أرقام عشرية على الأقل في حسابات تحليل الانحدار (مراد، هادي وجاد الرب، 2017، ص.270).
- لحساب معادلة الانحدار الخطي البسيط والخطأ المعياري للتنبأ نقوم بما يلي:

n	X	Y	x^2	y^2	x.y
1	10	8	100	64	80
2	8	6	64	36	48
3	13	9	169	81	117
4	20	11	400	121	220
5	9	6	81	36	54
∑	60	40	814	338	519

- نجمع درجات كل من درجات المتغيرين x وy لجميع أفراد العينة فنتحصل على مجموع x ومجموع y.
- نربع درجات المتغير x، ثم نجمع هذه المربعات لكل أفراد العينة فينتج مجموع مربعات x.
- نربع درجات المتغير Y، ثم نجمع هذه المربعات لكل أفراد العينة فينتج مجموع مربعات Y.
- نضرب كل درجة من درجات x في الدرجة المقابلة لها من درجات y ثم نجمع حواصل الضرب فينتج مجموع x.y
- **نحسب الانحراف المعياري للمتغيرين x و y.**

$$sx=\sqrt{\frac{n\sum x^2-(\sum x)^2}{n\,(n-1)}}$$

$$sx=\sqrt{\frac{5(814)-(60)^2}{5\,(5-1)}}$$

$$sy=\sqrt{\frac{n\sum Y^2-(\sum Y)^2}{n\,(n-1)}}$$

$$sy=\sqrt{\frac{5(338)-(40)^2}{5\,(5-1)}}$$

$$sy=\ 2.121$$

نحسب معامل الارتباط بيرسون:

$$r=\frac{n\sum(x.y)-(\sum x)(\sum y)}{\sqrt{[n\sum x^2-(\sum x)^2]\,[n\sum y^2-(\sum y)^2]}}$$

$$r=\frac{5(519)-(60)(40)}{\sqrt{[5\,(814)-(60)^2]\,[5\,(338)-(40)^2]}}$$

$$r=\frac{195}{205.67}$$

$$r=0.948$$

- ثم نحسب ما يلي:
- نحسب b:

$$b=\frac{sy}{sx}\,.r$$

$$b=\frac{2.121}{4.847}\,.0.948$$

b= 0.437.0.948

b= 0.414

- نحسب a:

$$a=\bar{y}-b\,(\bar{x})$$

a = 8 – 0.414 (12)

a = 8 – 4.968

a = 3.032

- وأخيرا نكتب معادلة الانحدار:

ŷ = a + b (x)

ŷ = 3.032+ 0.414 (x)

❖ حساب الخطأ المعياري للتقدير أو التنبأ (SEE)، وقانونه كالتالي:

$$SEE = \sqrt{\frac{\sum(Y - \hat{y})^2}{n-2}}$$

n	X	Y	ŷ	y- ŷ	(y- ŷ)²
1	10	8	نعوض في المعادلة **ŷ = 3.032+ 0.414 (10) = 7.172**	0.828	0.685
2	8	6	6.344	-0.344	0.118
3	13	9	8.414	0.586	0.343
4	20	11	11.312	-0.312	0.097
5	9	6	6.758	-0.758	0.574
∑	60	40	/	/	1.817

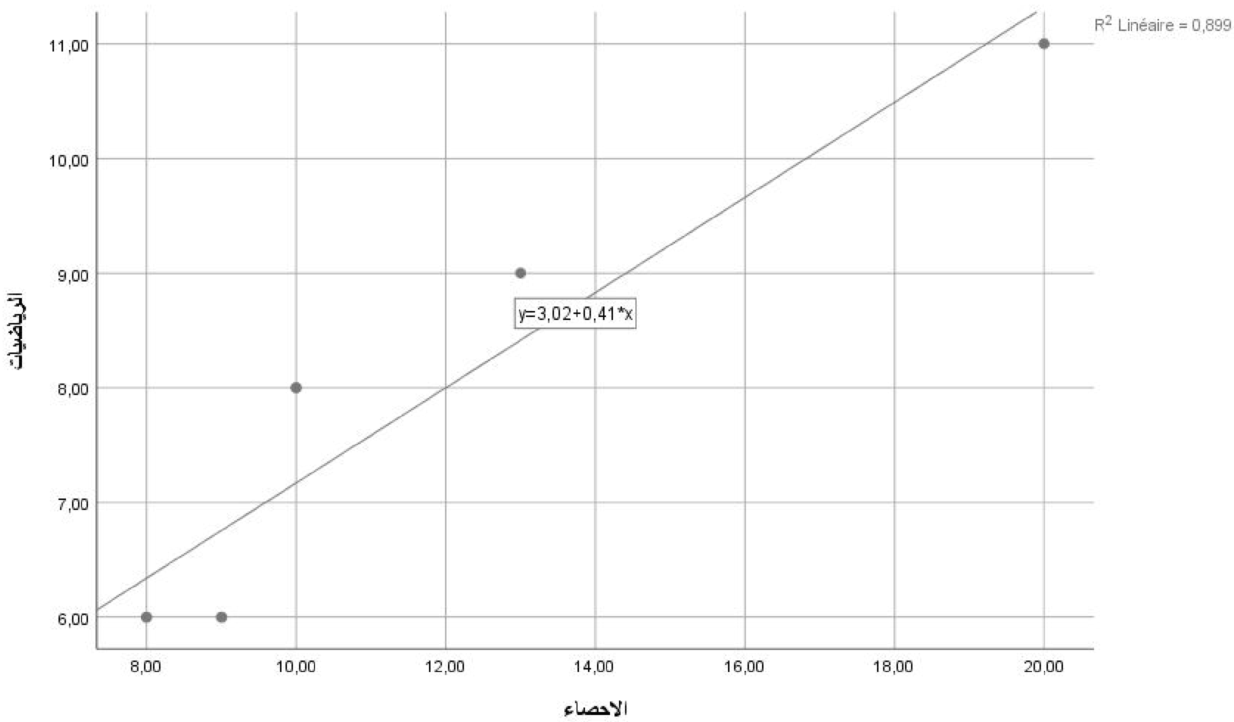
إذن الآن نطبق المعادلة كالتالي:

$$SEE = \sqrt{\frac{1.817}{5-2}}$$

$$SEE = \sqrt{\frac{1.817}{3}}$$

SEE= 0.778

ŷ = a + b (x) + SEE
ŷ = 3.032+ 0.414 (x) + 0.778



هذه تمثل لوحة الانتشار.

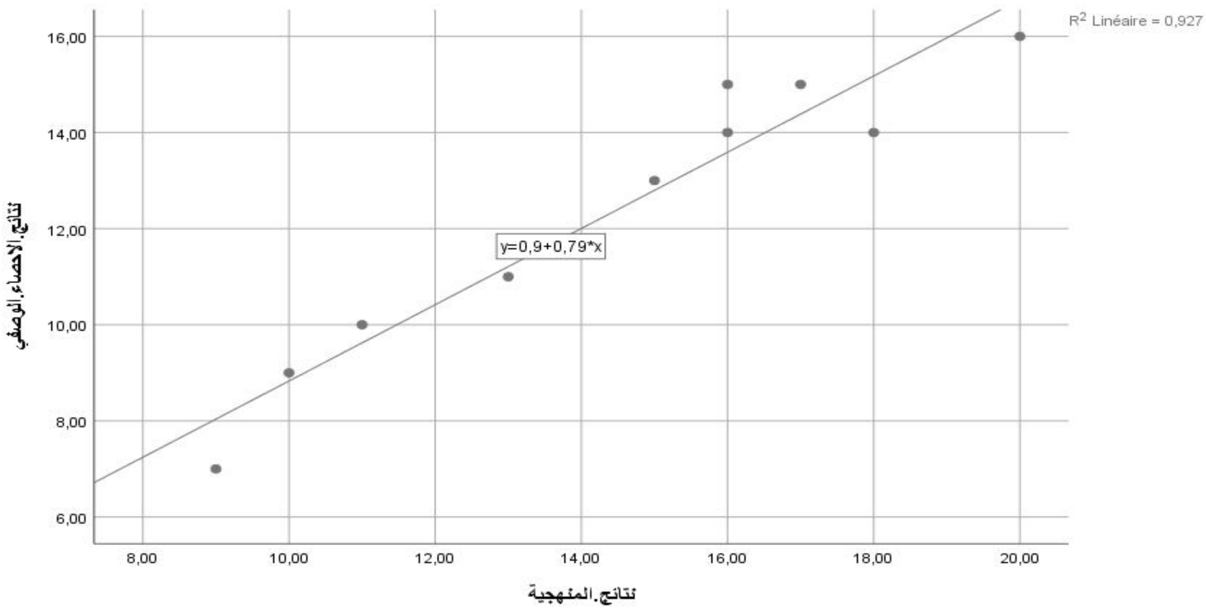
أعمال تطبيقية:

أولا: قبل كل شيء أشكر طلبتي الأعزاء على محاولاتهم لانجاز التمارين المقدمة لهم في حصة الأعمال التطبيقية لدرس معادلة الانحدار الخطي البسيط.

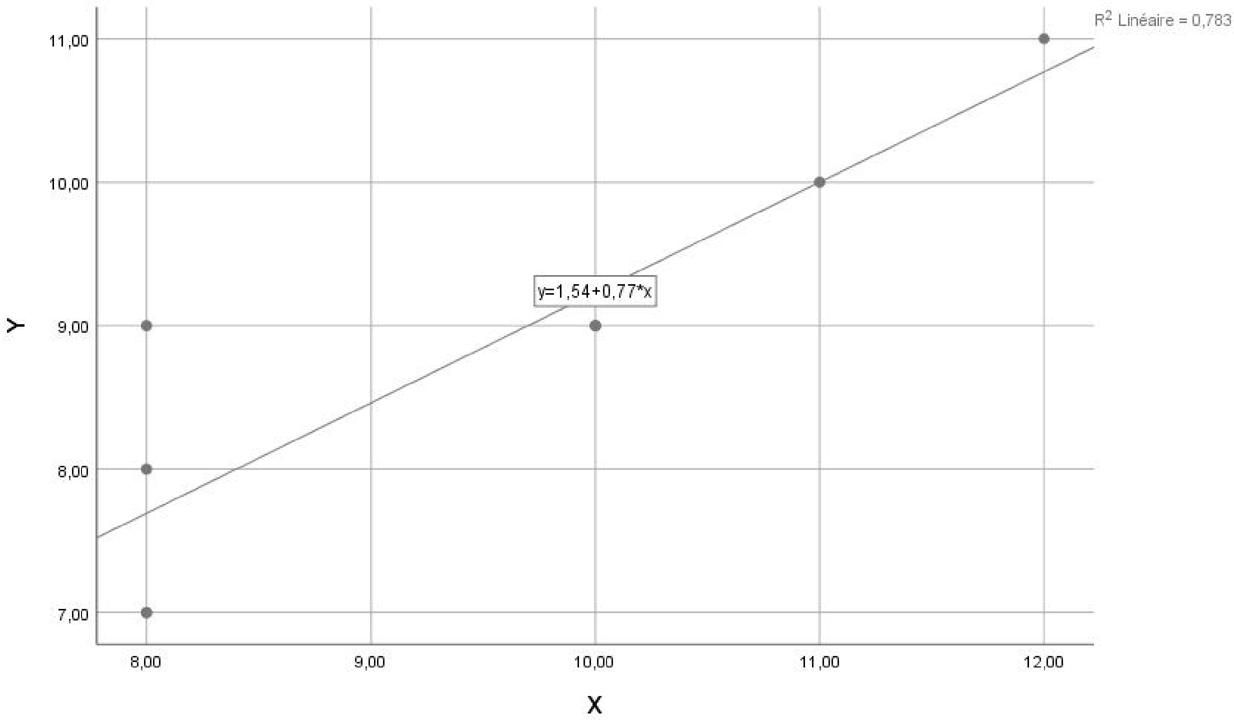
ثانيا: بالنسبة للملاحظات التي وردتني من الطلبة حول حلول التمارين، بأنهم توصلوا لقيم متقاربة مع القيم التي قدمت لهم في التصحيح، نتائجكم كانت صحيحة، لأنني اعتمدت في الحساب على الحزمة الإحصائية للعلوم الاجتماعية (SPSS).

ثالثا: هناك إضافة في آخر الجانب النظري للمحاضرة الثانية.

بالنسبة لطريقة رسم لوحة الانتشار في التمرين الأول كانت كالتالي:



ولوحة الانتشار للتمرين الثاني:



بالنسبة للتمرينين السابقين يرجى حساب الخطأ المعياري للتقدير أو التنبأ لكلا التمرينين:

التمرين الأول:

أراد باحث دراسة العلاقة بين نتائج مقياس المنهجية ونتائج مقياس الإحصاء الوصفي لطلبة السنة أولى جذع مشترك علوم اجتماعية. فتحصل على البيانات التالية:

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
X	9	10	11	13	15	16	16	17	18	20
Y	7	9	10	11	13	14	15	15	14	16

الحل:

$$\hat{y} = 0.898 + 0.793\,(x) + 0.854$$

حتى بالنسبة للطلبة الذين قربوا القيم النتيجة تكون التقريب لهذه القيم.

التمرين الثاني:

قس العلاقة الارتباطية بين X و y ثم اكتب معادلة الانحدار؟

8	7	6	5	4	3	2	1	N
8	10	12	8	8	10	8	11	X
7	9	11	8	7	9	9	10	y

المحاضرة الرابعة: تحليل الانحدار المتعدد

يعد تحليل الانحدار المتعدد من الأساليب الإحصائية المتقدمة التي تضمن دقة الاستدلال، والتي تعتمد على مهارات خاصة من أجل تحسين نتائج البحث عن طريق الاستخدام الأمثل للبيانات في إيجاد علاقات سببية بين الظواهر موضوع البحث. فعند توضيح الانحدار والارتباط الخطي البسيط ذكرنا أن الانحدار الخطي يدل على العلاقة بين متغيرين ويستخدم للتنبؤ بأحد المتغيرين(المتغير التابع) بمعرفة درجات المتغير المستقل. كما أن الارتباط البسيط يوضح العلاقة بين المتغيرين (المستقل والتابع) وهذه العلاقة تدل على التباين المشترك بين المتغيرين.

لكننا الآن بصدد بحث العلاقة بين عدة متغيرات أحدهما متغير تابع (Y) وبقية المتغيرات مستقلة (أو منبئات). ويكون الهدف هنا هو إمكانية التنبؤ بالمتغير التابع من المتغيرات المستقلة مجتمعة معا. ومعرفة تباين المتغير التابع الذي يسهم به كل متغير من المتغيرات المستقلة (المنبئات).

يقصد بالانحدار المتعدد التوصل إلى معادلة خطية تربط بين متغير تابع وعدة متغيرات مستقلة (منبئات)، ويكون الهدف من ذلك هو إمكانية التنبؤ بالمتغير التابع باستخدام بيانات المتغيرات المستقلة. والفكرة الأساسية هنا هي نفس فكرة الانحدار الخطي البسيط، ولكنها تستخدم عدة متغيرات مستقلة. وبالنسبة لافتراضات تحليل الانحدار المتعدد هي نفسها مع الانحدار البسيط.

❖ معادلة الانحدار الخطي المتعدد:

$$\hat{y} = a + b_1 x_1 + b_2 x_2 + \ldots + b_k x_k + SEE$$

$\hat{y}$: المتغير التابع.

X_1: المتغير المستقل الأول.

X_2: المتغير المستقل الثاني

a: ثابت الانحدار.

b_1: تمثل مدى ارتفاع الخط أو مدى ميله، معنى ميل خط الانحدار، معنى درجة التغير الذي يحدث في y كلما حولنا بوحدة واحدة في متغير x_1 .

b_2: تمثل مدى ارتفاع الخط أو مدى ميله، معنى ميل خط الانحدار، معنى درجة التغير الذي يحدث في y كلما حولنا بوحدة واحدة في متغير x_2 .

SEE: الخطأ المعياري للتقدير (Standard Error of The Estimate)، أو الخطأ المعياري للتنبأ.

$$\mathbf{b_1} = \frac{sy\left[r_{(1y)} - r_{(2y)} \cdot r_{(12)}\right]}{sx_1\left[1 - r^2_{(12)}\right]}$$

$$\mathbf{b_2} = \frac{sy\left[r_{(2y)} - r_{(1y)} \cdot r_{(12)}\right]}{sx_2\left[1 - r^2_{(12)}\right]}$$

$$\mathbf{a} = \bar{y} - b_1\,(\bar{x}_1) - b_2\,(\bar{x}_2)$$

حيث:

Sy: الانحراف المعياري لـ y.

Sx_1: الانحراف المعياري لـ x_1.

Sx_2: الانحراف المعياري لـ x_2.

$r_{(1y)}$: معامل الارتباط بين المتغير المستقل الأول والمتغير التابع.

$r_{(2y)}$: معامل الارتباط بين المتغير المستقل الثاني والمتغير التابع.

$r_{(12)}$: معامل الارتباط بين المتغير المستقل الأول والمتغير المستقل الثاني.

$r^2_{(12)}$: مربع معامل الارتباط بين المتغير المستقل الأول والمتغير المستقل الثاني.

$$\mathbf{r^2_{(12y)}} = \sqrt{\frac{r^2_{(1y)} + r^2_{(2y)} - 2\left[r_{(1y)} \cdot r_{(2y)} \cdot r_{(12)}\right]}{1 - r^2_{(12)}}}$$

حيث:

$r^2_{(12y)}$: معامل الارتباط المتعدد.

ولاختبار دلالة الارتباط المتعدد نستخدم اختبار (F)

$$F = \frac{r^2(n-k-1)}{k(1-r^2)}$$

حيث: r^2: معامل الارتباط المتعدد.

K: عدد المتغيرات المستقلة.

ودرجات الحرية (عدد المتغيرات المستقلة (الخط الأفقي في الجدول)، و $n - k - 1$ (الخط العمودي في الجدول))، الجدول أقصد جدول F الذي قدم لكم سابقا في المحاضرات.

- **حساب الخطأ المعياري للتقدير أو التنبأ (SEE)، وقانونه كالتالي:**

$$SEE = \sqrt{\frac{\sum(Y - \hat{y})^2}{n - K - 1}}$$

مثال:

أراد باحث أن يتنبأ بالتحصيل الأكاديمي لدى 10 تلاميذ من تلاميذ المرحلة المتوسطة من خلال متغيرين مستقلين هما فعالية الذات ومستوى الطموح، بعد أن حصل على البيانات التالية:

$r_{(1y)}= 0.84$	$r_{(2y)}= 0.88$	$r_{(12)}= 0.82$
$\bar{y}= 33.29$	$\overline{X}_{1}= 18.87$	$\overline{X}_2= 23.93$
$Sy= 8.09$	$Sx_1= 5.02$	$Sx_2= 7.85$

- **خطوات الحل:**

$$\hat{y} = a + b_1 x_1 + b_2 x_2$$

أولا نحسب b_1:

$$b_1 = \frac{sy\,[r_{(1y)} - r_{(2y)} \cdot r_{(12)}]}{sx_1[1 - r^2_{(12)}]}$$

$$b_1 = \frac{8.09\,[0.84 - (0.88)\,(0.82)]}{5.02[1 - (0.82)^2]}$$

$$b_1 = \frac{0.97}{1.66}$$

$$b_1 = 0.58$$

ثانيا: نحسب b_2:

$$b_2 = \frac{sy\left[r_{(2y)} - r_{(1y)} \cdot r_{(12)}\right]}{sx_2\left[1 - r^2_{(12)}\right]}$$

$$b_2 = \frac{8.09\left[0.88 - (0.84)\ (0.82)\right]}{7.85\left[1 - (0.82)^2\right]}$$

$$b_2 = \frac{1.54}{2.59}$$

$$b_2 = 0.60$$

ثالثا: نحسب a:

$$a = \bar{y} - b_1\ (\bar{x}_1) - b_2\ (\bar{x}_2)$$

$$a = 33.29 - 0.58\ (18.87) - 0.60(23.93)$$

$$a = 7.99$$

$$\hat{y} = 7.99 + 0.58\ (x_1) + 0.60\ (x_2)$$

أعمال تطبيقية:

حاول انجاز التمارين التالية:

التمرين الأول:

أراد باحث أن يتنبأ بتقدير الذات لدى 20 تلميذ من تلاميذ المرحلة الثانوية من خلال الانطوائية والاكتئاب فتحصل على البيانات التالية:

$r_{(1y)}= 0.96$	$r_{(2y)}= 0.91$	$r_{(12)}= 0.86$
$\bar{y}= 22$	$\overline{X_1}= 10$	$\overline{X}_2= 46$
$Sy= 9$	$Sx_1= 7$	$Sx_2= 14$

SEE= 1.25

- اكتب معادلة الانحدار المتعدد؟
- احسب معامل الارتباط المتعدد، واختبر دلالته؟

أنجز التمرين لوحدك ثم تأكد من الحل:

$$\hat{y} = 2.98+ 0.89\ (x_1) + 0.22\ (x_2)+ 1.25$$

التمرين الثاني:

أجريت دراسة للتنبؤ بالتحصيل الأكاديمي من درجات الدافعية وعادات الدراسة على عينة حجمها 100طالب وطالبة، وكانت النتائج كالتالي:

$r_{(1y)}= 0.40$	$r_{(2y)}= 0.20$	$r_{(12)}= 0.45$
$\bar{y}= 54.3$	$\overline{X_1}= 5.6$	$\overline{X}_2= 5$
$Sy= 10.65$	$Sx_1= 1.26$	$Sx_2= 0.98$

- اكتب معادلة الانحدار المتعدد؟
- احسب معامل الارتباط المتعدد، واختبر دلالته؟

أنجز التمرين لوحدك ثم تأكد من الحل:

$$\hat{y} = 34.52+ 3.30\ (x_1) + 0.26\ (x_2)+ 1.25$$

الارتباط المتعدد = 0.16 وهي تعني 16% من تباين التحصيل الاكاديمي يرجع إلى متغيري الدافعية وعادات الدراسة، ولاختبار دلالة الارتباط المنعدد نستخدم المعادلة التي

في المحاضرة، ونتحصل على 9.31، القيمة المحسوبة نقارنها بالمجدولة 4.86 بدرجات حرية (2، 97) ومستوى الدلالة 0.01، وبالتالي دالة عند 0.01

المراجع التي تم الاعتماد عليها:

- النطفنجي، محمد عبد الحميد. (1982). استخدام برنامج SAS في معالجة مسائل الانحدار الخطي البسيط. الرياض: مركز البحوث جامعة الملك سعود.

- النجار، نبيل جمعة صالح. (2010). الإحصاء في التربية والعلوم الإنسانية مع تطبيقات برمجية SPSS. (ط1). عمان: دار حامد للنشر والتوزيع.

- مراد، صلاح أحمد، هادي فوزية عباس، وجاد الرب، هشام فتحي. (2017). الاحصاء الاستدلالي في العلوم السلوكية. (ط1). القاهرة: دار الكتاب الحديث.

- القهوجي، أيمن سليمان، أبو عواد، فريال محمد. (2018). النمذجة بالمعادلات البنائية استخدام برنامج أموس. (ط1). عمان: دار وائل للنشر والتوزيع.