جامعة خميس مليانة
كلية العلوم الإنسانية
شعبة الفلسفة

السنة الثانية لليسانس فلسفة
السداسي الر ابع

الدكتور: موسى فتاحين
الدكتور: ميسوم عمور

محاضرات ونطبيقات السداسي الثاني في مادة المنطق الصوري المعاصر(الرمزي)

مدخل عام

لاحظنا أنه لم يبق علم المنطق مقصورا على الباحثين في حقل الفلسفة فقط، بل توسع أمره اليوم، و بات مطلب العلوم الأخرى، كاللسانيات، و القانون، و الإعلام. و إن كان هذا قليل التجلى في مؤسساتنا الجامعية، فإنّ الجامعات الغربية تتطلّبه بقوة، لما فيه من تماثل مع الرقمية و حفظ أنظمة التثبيت و مآرب أخرى.

فشعورنا بحاجة طلابنا إلى مطبوعة يستأنس بها في تشكيل دروس المنطق الصوري المعاصر و توسيع المحاضرات، انتدبنا إلى تقديم دروسا مكتوبة تتلاءم مع عرض تكوين النظام الجامعي الجديد (ل م د LMD) حسب الحجم الساعي الذي يتناول فيه مدخلا إلى المنطق الرمزي في سداسي واحد لطلبة الفلسفة .

حرصنا على أن تكون اللغة المنطقية المستعملة دقيقة نبتعد فيها عن اللغة الطبيعية شيئا فشيئا حتى يتعود الطالب على القضايا الرمزية التي تركز على المبنى و الرمز دون المعنى الذي تحمله القضية المنطقية، و المهم فيها هو تعلم طرق الاستدلال الصحيح.

و في حقيقة الأمر، جاءت هذه الدروس خدمة لطلب الطلاب الذين حرصوا أن يكون بين أيديهم مطبوعا ميسرا و موجها يتماشى و البرنامج المقرر، و طمحا في إخراج هذه المادة التعليمية إلى تخصص لما بعد التدرج سواء في الماستر أو في الدكتوراه. أو على الأقل كسند يعتمد عليه في حال فوات الدروس و استدراكها.

أمّا تدريس مادة المنطق الصوري المعاصر فالهدف منه إطلاع الطالب على أصول المنطق الرمزي أو الرياضي الحديث و أهم خصائصه و التطورات التي عرفها انطلاقا من نقد المنطق التقليدي الأرسطي. و أن يقدر على استعمال حساب و دوال القضايا و جداول الصدق ، باعتماد اللغة الرمزية، و التآلف مع الصورنة التي يطغى عليها جانب الحساب و الإحصاء، الذي نجده في القوانين العلمية و الصور التي تتقولب فيها، و كأنها أسلوب للإقناع و البرهان إلاّ أنّه بلغة مغايرة ربما يجدها منتشرة في العلوم المتقدمة و في الميادين الفكرية ذات الطابع الاستدلالي.

إنّ السرعة التي تطوّر بها المنطق خلال القرنين الأخيرين طرحت صعوبة الإلمام بمحتويات جميع المفاهيم المنطقية خاصة عندما حصل التداخل بين الرياضيات و المنطق، هذا الأخير الذي تسلّق جدار العلوم الدقيقة التي لحق بركبها و أصبح يستشكل بعض المسائل التي ترتّب عنها ظهور دراسات محاذية للمنطق، بل؛ صار المنطق الجديد موضوعا لها.

لكن، الذي نركّز عليه في محتوى مادة المنطق الرمزي المعاصر هو التعرف على اللغات الاصطناعية الجديدة و قواعدها التي مكننت في ذكاء اصطناعي جمع في مسلكه كل العلوم بل أصبحت لغة المنطق المعاصر هي لوحة كل علم.

د / موسى فتاحين

المحاضرة الأولى

نشأة المنطق الصوري المعاصر (الرمزي) و تطوره

تمهيد

إنّ الذي نعرفه إلى غاية الآن، أنّ تاريخ المنطق أمر قريب العهد، بل أنّ التطور الذي عرفه المنطق كان علّة لانبعاث تاريخه، إذ إنّه لا يمكن الإحاطة بالمسألة المنطقية إلاّ بالإطلاع على تاريخها. لأنّ المسائل لم تبق على حالها لا في مادتها و لا في صورتها، فلزم عن هذه العلاقة وجود ضرورة متبادلة بين علم المنطق بمسائله و بين تاريخ المنطق و تطور مسائله.

فالعصر الحديث كان بمثابة موجة لنقد العلوم ومناهجها وفقا لما كان حاضرا في المنظومة العلمية، ولو تساءلنا عن الحال في المنطق لكانت الإجابة كما تصورها (روبير بلانشي) قائلا " إن نقد المنطق في مستهل العصر الحديث قد انصب خاصة على هذين الأمرين و هما: الخضوع للتصورات العامة و ميكنة الفكر، عندما راح العلم الحديث ينبني و يتم عرضه خارج المخططات القياسية و تعليمات المنطق التقليدي"[1] و كان ذلك عند ارتكاز النظرية المنطقية على الرياضيات للخروج من مأزق الأغاليط و اللغة المثقّلة للاستدلالات. ولقد لخص (بلانشي) هذا المسار و مشاكله في كتابه (المدخل إلى المنطق المعاصر) فقال: " إن المنطق الذي ركد طيلة قرون سلم خلالها الناس أنّه خرج منتهيا و تاما، من دماغ أرسطو ، كما اعتقد كانط . قد انطلق كما نعرف انطلاقة جديدة منذ حوالي مائة عام، و تقدم خلال هذه الفترة الزمنية القصيرة نسبيا تقدما كبيرا ..

و قد جاء الدفع الأول من عالمين رياضيين إنكليزيين هما (بول Boole) و (دي مرغن de Morgan) و من بين العديد من الأفكار الجديدة التي بعث بها (دي مورغن) في عدة اتجاهات، فإن أخصبها هو تدشينه لمنطق العلاقات. و قد لاحظ أن اقتصار منطق أرسطو على علاقة الحمل وحدها مع رابطتها الرتيبة قد جعله عاجزا عن تسويغ كثير من

[1] – روبير بلانشي، المنطق و تاريخه، مرجه سابق، ص 188

الاستنباطات البسيطة العادية"[1] يعني أن بدايات التأسيس كانت عبارة عن حركات نقدية بارزة ، في مجملها انصبت على عيوب الآلة الأرسطية سواء لعجزها أمام متطلبات المعرفة العلمية الجديدة التي أعلنت الحرب على الميتافيزيقا و ما يقرّب إليها من أنماط التفكير و الدلالات، أو لضيق روابطها و علاقاتها. لهذا صارت العمليات الاستدلالية تقريبا تجبر أن تدخل في قوالب رياضية، فكان هذا هو الشغل الشاغل لرياضيي و مناطقة القرن التاسع عشر ميلادي، من أجل ضمان الاستقرار في صرح الرياضة، وجب الآن على الرياضيين أن يصبحوا مناطقيين طوعا أو كرها" [2] بالرغم من أن المناطقة المحدثين كانوا متفقين على اعتبار (لبنتس) هو الرائد الأكبر للمنطق الرياضي أو الرمزي، لكن المؤرخ و الابستمولوجي (بلانشي) يحصر عبقرية (ليبنتس) في ريادته لمشروع اللغة الرمزية الكلية التي حاول من خلالها أن تكون الأبجدية للأفكار البشرية، و بفضلها يمكننا أن نكتب أفكارنا بصورة عقلية تامة . بالإضافة إلى طموحه إلى الحساب المنطقي"[3]

و بعد (ديمورجن 1806–1878) الذي دشّن منطق العلاقات كما أسلفنا تطور منطق العلاقات مع بيرس (Benjamin Peircce) و(شرويدر Schroder) و راسل(Russell) و اجتمعت عقولهم على إمكان الموازاة بين العمليات الجبرية و العمليات المنطقية، و قد لخّصت المنطقية البلجيكية (ماري لو يز رور) هذه الحركة التفاعلية بين المنطق و الرياضيات قائلة:" المنطق مع الاستمرار في استلهام الطرق الرياضية، قد حاز استقلاله بالنسبة إلى الجبر العادي. و قد عمل المنطقيون الرمزيون في هذه الفترة لوضع منطق يستطيع أ يسمح بالتعبير عن مجموع الرياضيات الكلاسيكية في صورة نظرية استنتاجية قائمة على مصادرات بحيث يكون من المستحيل ظهور منتقضات paradoxes . إنّ الكتاب الكبير الذي يحمل عنوان principia mathematica و الذي كتبه (وايتهيد Whitehead) و(راسل) (1910–1913) يستجيب بالضبط لهذا الغرض ، فجملة المنطق معروضة فيه في صورة نسق مصادراتي حسب نظام أصبح منذئذ كلاسيكيا و هو يشمل : حساب أو منطق القضايا، حساب الدوال القضوية أو المحمولات من المرتبة

[1] – روبير بلانشي ، المدخل إلى المنطق المعاصر، ترجمة الدكتور محمو يعقوبي ، ديوان المطبوعات الجامعية ط2 ، 2009، ص 40–41

[2] – C F K Grelling . Travaux du congrés international de philosophie ; Paris Herman ;1937 ; vol 04 p 17

[3] – روبير بلانشي، المنطق و تاريخه ، مصدر سابق، ص 228

الأولى"[1] لكن حسب المؤرخ (بلانشي) فإنّ أعمال (بول) القليلة التبعثر و الكثيرة التنظيم هي التي عملت عمل الخميرة. و باستلهام الاستدلال الجبري الذي يعمل على الرموز، و بعدما صنّف (بول) هذه الرموز حسب وظيفتها، بحث عن مثل هذه الوظائف في صورة اللغة العادية، بحيث يمكن التعبير عن هذه الوظائف برموز مماثلة للرموز الجبرية، و إخضاعها بذلك للحساب، فتوصل إلى إنشاء ضرب خاص من الجبر الذي من حيث هو حساب صوري ، ولا يرتبط بأي تأويل معين، إلا أنه يتلقى مع ذلك تأويلا طبيعيا جدا عندما نعتبره منطقا للأصناف – وسيأتي الكلام عنه لاحقا – إلاّ أنّ المعالجة الرياضية التي عالجه بها (بول) منحته أمانا و سعة جعلا منه علما جديدا حقا. و بعده فإن (جبر المنطق) هذا قد حسنه (جوفنز) Jevons و (فن) Venn ...و (شرودر) و (وايتهيد)

و بينما كانت هذه البحوث متواصلة بدأ نحو نهاية القرن التاسع عشر عهد جديد يمكن أن نسميه المنطق الرمزي الكلاسيكي ـ الثنائي القيم القضوي في بداياته الأولى مع ليبتنس ، وقد بدأ مع (فريجه) بألمانيا، (و قد مرّت دون ان ينتبه إليها أحد تقريبا)، و أعمال (بيانو) و مدرسته بإيطاليا، و لكن تؤول إلى الكتاب الرئيسي Principia mathemateca الذي وضعه (وايتهيد) و (راسل) 1910–1913 . فتكوّن حساب القضايا، وبرزت فكرة الدالة القضوية ، و منذئذ؛ أصبح المنطق يظهر في صورة نسق استنتاجي .

و في الأخير، لم يكتف باستلهام المناهج الرياضية، و راح يريد أن يكون أساسا للرياضيات نفسها، فلم تنشأ نظرية جديدة فقط مع (بول)، فالمنطق بأجمعه أعاد تنظيم نفسه، و هذا الترتيب الجديد هو الذي أصبح كلاسيكيا و هو القائم اليوم.

و على الرغم من هذا الاستمرار للمنطق الرمزي الكلاسيكي، فإنه ينبغي أن نسلم بأن عهدا ثالثا انفتح حوالي 1920. و كتاب (فتغنشتاين) Wittgenstein المسمى Tractatus logico – philosophcus الذي ظهر في هذه الفترة هو ملتقى عهدين، فقد احتفظ بالإطلاقية المنطقية، لكن مع جعل القوانين المنطقية تحصيل حاصل بالمعنى الخاص الذي يعطيه لهذه الكلمة، فقد أفرغها من مضمونها. و هذا أمر يتفق مع النظرات التي توحي بها المناهج الصورية الخالصة، التي بدأت تأخذ مع نظرية (هيلبرت)، ما فتئت تتزايد فوقع الانتقال من (المصادريات شبه العينية) حيث تحتفظ الثوابت المنطقية بمعناها الحدسي إلى المصادريات المصورنة برمّتها – يتحول المنطق من منطق جزمي استنتاجي إلى منطق افتراضي استنتاجي على غرار العلوم الوضعية الأخرى كما تقول المنطقية رور..

[1] – ماري لويز رور ، مبادئ المنطق المعاصر، مرجع سابق، ص 31

في الصفحة 31 من كتاب مبادئ المنطق المعاصر – و في نفس الوقت وقع الانتباه إلى التمييز بين المشاكل التي تطرحها الحسابات المنطقية على نفسها، و المشاكل التي تطرحها هي بدورها..كالإتساق والاكتمال ..ثمّ وقع الشروع في دراسة النظم المنطقي syntaxe logique (كرناب) و الدلالة (sémantique) (تارسكي)، وأخيرا هناك سمة جوهؤية لهذه الفترة هي: ظهور الحسابات غير الكلاسيكية و تكاثرها. وكان Lewis قد أنشأ نظرية في الاستلزام الخالص الذي أصبح أساسا لبحوث المنطق الموجه، وأنشأ (لوكاشييفتش) Lukasiewicz و (بوست) Post المناطق (جمع منطق) الاولى الثلاثية القيم. و إقامة أنساق على قواعد إستدلالية سلم بها الرياضيون الحدسانيون أدت إلى منطق (هايتنغ) Heyting الذي خفف المنطق الرمزي بتخليه عن الثالث المرفوع."[1] هذا التهاطل الكثير في الثورة المعرفية المنطقية و التداخل المفرط بين الأنساق كان مؤشرا واضحا لظهور ثورة إبستمولوجية صحيحة في حقل المنطق و المنطق الشارح كما سمّته (رور). و كما تتحدث مصادر تاريخ المنطق " إنّ الحادثة الكبرى في العقود الأخيرة بالنسبة إلى المنطق هي ترقيته النهائية إلى مرتبة العلوم الوضعية ..و هو أعلى سلّم العلوم حيث يجاور الرياضيات .. و يزيد (بلانشي) قائلا:" و إذا ما توغلنا الآن في داخل هذا العلم، لاحظنا في الفترة القريبة العهد، ثلاث أمور جديدة كبرى تميّزها عن الفترة السابقة لها مباشرة :الاعتراف الشامل بتدرج اللغات مع تطور الأعمال المتعلقة بالمنطق الشارح métalogique و تقدّم الصورنة و بناء أنساق صورية ، وأخيرا ظهور الحسابات غير الكلاسيكية و تكاثرها. و من الصعب الحديث عنها منفصلا بعضها عن بعض لتداخل هذه الأمور الثلاثة تداخلا كبيرا "[2] ، وبهذا نكتشف أن البحوث المنطقية سُيّرت بوتيرة سريعة جدا نتيجة البيئة الملائمة التي احتضنتها و مما زادها قوة و انتشارا حركة المكننة التي تزامنت معها حتى صارت الفلسفة التحليلية هي أهم ما يميّز هذا العصر.

---

[1] – انظر روبير بلانشي، المنطق و تاريخه ص 339 ومابعدها، كتاب مدخل للمنطق المعاصر من ص40 الى ص43، و انظر ماري رور مبادئ المنطق ص30 و مابعدها ، المنطق و المنطق الشارح ص 29 و ما بعدها

[2] – روبير بلانشي، المنطق و تاريخه، مصدر سابق، ص 399

المحاضرة الثانية

اللغة الرمزية للمنطق المعاصر

المبحث الأوّل:

رموز منطق القضايا و الأصناف

تمهـــــيـــــد :

عرفنا من خلال المباحث السابقة بأنّ المنطق الصوري المعاصر عرف تطورا سريعا في القرنين الأخيرين، فانتقل من الاستدلال الملفوف باللغة الطبيعية إلى الاستنباط الرمزي الذي يستدعي ابعاد كل المضامين و المشاعر... ثم من الصورية إلى الصورانية بعدما مرت قضاياه و روابطها على اللغة الجبرية (الصورنة الرياضية)، تلك اللغة التي كيّفوها و تفنّنوا في استعمالها وعزموا الوصول من خلالها إلى الهدف المنشود، ألا و هو الدقة التي لم يتصوروها خارج مشروع الصورنة الذي يكون قالبا للقوانين العلمية باعتباره أهمّ من الرياضيات ذاتها. فالصور الاستدلالية التي تكون مستقلة عن بنية القضايا التي تتركب منها، بل فقط تشترك في الروابط.إذن ما هي هذه اللغة الرمزية ؟

في الحقيقة منطق القضايا يضم نوعين بالرغم من اختلاف الرموز من مدرسة إلى أخرى راسل، بيانو، لوكاسيفيتش.. :

أ – رموز المتغيرات و هي حروف لا ترمز في ذاتها إلى شيء محدد، تفاديا لثقل الألفاظ و حرصا على الدقة حتى أنّنا بالعين فقط نستطيع مسايرتها و تكوين استدلالاتنا، لأنها أداة اكتشاف و ليست رموزا فقط "[1] لأن المنطق الجديد يدرس صور الحجج التي تنطبق على حجج كثيرة تختلف في المضمون. فكما بيّنا في مبحث القضية المنطقية أنّ الرمز يعبّر عن القضية بحديها الموضوع و المحمول معا فنرمز للقضية بـــ p، q، s، r..و بالعربية ، ق ، ك ، ل ، م . في اللغة الطبيعية العادية مثلا نقول : سقط المطر ، نعوضها بـ p أو ق ، فأصبح اليوم بإمكان المنطقي تحليل الكلام إلى رموز بحث يعوض كل جملة خبرية تتماهي بشروط الصدق؛ برمز من المتغيرات، أمّا الصدق و الكذب في المنطق القضوي لا تحدده القضية الواحدة بل يحتاج الى الثابت المنطقي الذي يربط بين قضيتين، أي القضية المركبة التي تتعيّن بدالة الصدق و الحديث عن هذه الدالة يقود إلى

---

[1] – Susan K – Langer ; AN Introduction to symbolic logic ; Dover publication 1976 p 60

الحديث عن قائمة الصدق. لها أصبح من الضروري الحديث عن الروابط القضوية propositional connectives، و هي الثوابت المنطقية التي تحدد صورة الاستدلال.

ب – الثوابت أو الروابط المنطقية: جمع ثابت ، جمع رابط ، و هو تلك الأداة التي إذا دخلت على قضية واحدة أو أكثر أدت إلى قضية مركبة"[1] ، من الناحية النظرية يبدو الأمر سهلا، لكن عندما ندخل عالم التطبيقات المحمّلة بالنحو و البلاغة، لا نستطيع الخروج منه إلاّ بمعرفة الفرق بين الدلالات انطلاقا من الوظائف. لأنه يجب التمييز بين الوظيفة النحوية و الوظيفة المنطقية للرابط. فللرابط وظيفة واحدة منطقية، و قد تكون له وظائف نحوية متعددة.*

1– رابط النفي : و هو رابط أحادي (~) هذا الرمز يؤدي وظيفة النفي التي نعبّر عنها بأدوات النفي المختلفة على عبارة واحدة، و سمّي رابطا أحاديا لأنّه لا يمارس وظيفته إلاّ على متغيّر قضوي واحد، أو على عبارة واحدة كما سيأتي. فنقرأ : ~ ق لا ق أو ليس ق وهذا يعني أنّ القول أو الخبر الذي رمزنا له بـ ~ ق كاذب و منفي. " إنّ في استخدام كلمة " رابط" بالنسبة للنفي شيئ من التعميم قد يؤدي إلى نوع من الحرج في التلقين، لذا نجد بعض المناطقة الغربيين يستعمل كلمة Operateur، بدل كلمة Connecteur، و عليه فلا ينبغي أن ينحصر ذهننا في فهم كلمة رابط بناء على دلالتها اللغوية العادية."[2] و بغض النظر عن دلالة أخرى تحملها أداة في اللغة العربية ، المهم نركّز على الوظيفة دون الدخول في الاختلافات النحوية الأخرى.

لهذا، نجد قاعدة النفي كما يلي: يكون النفي صادقا ~ ق إذا و فقط إذا كانت القضية أو العبارة التي أمامه كاذبة ق. و يكون النفي كاذبا؛ إذا و فقط إذا كانت القضية أو العبارة التي أمامه صادقة"[3].

بالإضافة إلى هذه الخاصية التي يتميّز بها النفي، ننبه إلى أنّ التقارب الاستعمالي بين السلب و النفي قد يحدثا نفس التأثير، لهذا " إذا كان النفي هو رابط أحادي يدخل على قضية واحدة فيحولها من حالة الصدق إلى حالة الكذب أو العكس، فيجب أن نميّز بوضوح

---

[1] – احمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، مرجع سابق، ص 77

* الروابط من الناحية اللغوية تؤدي وظائف متعددة مثل (لا) تكون نافية للجنس مثل لا كتاب في المحفظة، و تعمل عمل ليس مثل لا تلميذ حاضرا، تكون نافية للعطف مثل جاء أبو بكر لا عمر....." انظر احمد موساوي مدخل جديد للمنطق المعاصر، بتصرف ص77و ما بعدها

[2] – محمد مرسلي، دروس في المنطق الاستدلالي الرمزي، دار توبقال دار توبقال، المغرب ، ط1، 1989، ص22

[3] – محمد مرسلي، المرجع نفسه ، ص 22

تام بين القضية المنفية و القضية الكاذبة، فليست كل قضية منفية هي قضية كاذبة، وليست كل قضية مثبتة هي قضية صادقة....وهكذا يطلق على (~ ق) مصطلح التابع الصدقي بمعنى أنّ صدق (~ ق) تابع لقيمة ق."[1] وعلى هذا الأساس نفهم نفي النفي أو النفي المزدوج الذي يُرمز له بـ : ~ ~ . فالمتبوع الصدقي يشبه المعمول به في الرياضيات فعندما تكون القضية ق صادقة (ص أو T الرمز الثابت) ستكون القضية ~ ق كاذبة و إذا نفينا المنفية أي ~ ~ ق ستكون صادقة يعني ق، لأنّ ق هي ~ ~ ق. لكن هذا التفسير إن كان معظم المناطقة يقبلونه فإنّ الحدسانيين يرفضون النفي المزدوج وهذه مسألة مذهبية تجر إلى صميم فلسفة المنطق. و لتوضيح هذه العلاقة لنا الجدول:

Truth table of negation

ق	~ ق	~ ~ ق
1	0	1
0	1	0

1 نرمز به للصدق ص أو T

0 نرمز به للكذب ك أو ⊥

هذا، و سنعرف وظائف أخرى لرابط النفي عندما نشرح أثر الروابط الأخرى، وذلك لندرك مدى مرونة استعمال الرموز في المنطق المعاصر و سرعة التحول من حالة إلى أخرى في ثوان قليلة، و دقة مضبوطة و نتيجة يقينية. والحديث عن الصدق و الكذب قادنا إلى حالات الإمكان التي تكون حسب عدد القضايا[2]

2 – رابط الوصل: conjonction

لا شك في أنّ العودة إلى نصوص اللسان تجعلنا أمام زخر من أدواة لها وظيفة وصل الجمل ببعضها، أو ما يعرف عندنا في علوم الآلة بالعطف، مثل الواو، الفاء، ثمّ، حتى،...لكن، بالرغم من، و أكثر من ذلك.."[3] لكن الذي يهم النحوي ليس دائما يهم المنطقي، فالمنطقي يهمّه الوصل الذي يعرف عند النحويين بالعطف فقط . ورابط الوصل

---

[1] – أحمد موساوي، مدخل الى المنطق المعاصر، ص 82

[2] – محمد محمد قاسم، نظريات المنطق الرمزي دار المعرفة الجامعية 2002،

[3] – أسعد الجنابي، المنطق الرمزي المعاصر، دار الشروق للنشر، ط1، 2007، ص 23

وضع له المناطقة رموزا، أهمها النقطة بين قضيتين، (ق . ك) أو الرمز ∧ ، (ق ∧ ك) .فإذا قلنا مثلا : الشمس طالعة – الضياء موجود ، فيمكن أن نركب من القضيتين قضية واحدة و بكيفيات مختلفة حسب الرابطة المختارة ، فإذا الرابط هو العطف (و) عوضنا الشمس طالعة بـ ق ، و الضياء موجود بــ ك ، فصار عندنا : الشمس طالعة و الضياء موجود هي ق و ك ، (ق ∧ ك).

لكن متى تكون (ق ∧ ك) صادقة؟ . لقد قلنا في صفحة سابقة إنّ القضية الواحدة لا يستمد منها الصدق المنطقي، بل لابد من عملية تركيب تتحدد وفق التابع الصدقي. و بالتالي يكون صادقا في حالة واحدة وواحدة فقط وهي صدق ق و ك معا . و يكفي أن تكون إحداهما كاذبة لكي تكون القضية المركبة كاذبة أيضا"[1] ولك أن تنظر في الأمثلة التالية:

1/ الجزائر بلد عربي و إفريقي ق : 1 ك 1

2/ الجزائر بلد عربي و آسياوي ق : 1 ك: 0

3/الجزائر بلد افرنجي و إفريقي ق : 0 ك : 1

4/الجزائر بلد إفرنجي و آسيوي ق : 0 ك : 0

ولنعبر عن هذه الأمثلة باللغة الرمزية: ق ، ك ، ∧ ، صادقة 1، كاذبة 0

ق	ك	(ق ∧ ك)
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

عندما نعود إلى القضايا المنطقية نستشف أن قيمة الصدق فيها لا تتغيّر بتغيّر الترتيب الذي تكون فيه العبارة المنطقية ، (ق ∧ ك) أو (ك ∧ ق) صدقهما تابع لصدق ق و ك.

لهذا يمكن تقرير خصائص الوصل:

يتميّز الوصل كرابط قضوي ثنائي بالخصائص المنطقية و الرياضية الثلاثة الآتية:

أ – الوصل تبديلي: commutative ، أي أنّ (ق ∧ ك) تكافئ ≡ (ك ∧ ق)

ب – الوصل تجميعي: Assosiative ، و تكون هذه العلاقة عند وجود قضية ثالثة موصولة مثل: ((ق ∧ ك) ∧ ل) لها نفس قيم الصدق مع (ب ∧ (ك ∧ ل))

أي إنّ : ((ق ∧ ك) ∧ ل) ≡ (ب ∧ (ك ∧ ل)) ≡ (ق ∧ ك ∧ ل)

---

[1] – روبير بلانشي، المدخل الى المنطق المعاصر، مصدر سابق، ص 84 و ما بعدها.

ج – " للوصل خاصية التكافؤ القوي Idempotence، تعني هذه الخاصية المنطقية والرياضية أن ربط أي قضية مع نفسها لا يغير من صدق القضية المنطقية فنقول: كتب أحمد و كتب أحمد يرجع إلى القول : كتب أحمد أي أن: (ق ∧ ق) ≡ ق)"[1]

3 – رابط الفصل : ∨ Disjunction

إنّ رابط الفصل كغيره من الروابط السالفة الذكر، له معنى في النحو، لكن المنطقي لا يأخذ من الرابط إلاّ وظيفة الفصل و العناد بين قضيتين لا تجتمعان معا. و يرمز للفصل أو العناد بـ ∨ فقولنا إما أن يكون الطالب حاضرا أو غائبا . نعوض القضيتين الطالب حاضر ، الطالب غائب ، بمتغيرات ق ، ك ، والثابت أو الرابط بـ ∨

(ق ∨ ك) الرابط هنا ركّب بين قضيتين بسيطتين ق ، ك ، للوصول إلى قضية مركبة. فصدقها أو كذبها **(ق ∨ ك) تابع لصدق أو كذب القضيتين.**[2]

لهذا نستخلص:

أ ـ يكون الفصل كاذبا إذا كذبت كل مفصولاته.

ب ـ يكون الفصل كاذبا إذا كذبت كل مفصولاته.

إذن فيكفي توفر الصدق في احديهما حتى تكون القضية المنطقية المركبة صادقة و ستتضح الصورة من خلال الجدول الصدقي للفصل الذي نختار فيه (أو) المانعة للخلو فقط

ق	ك	**(ق ∨ ك)**
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

لهذا نجد للفصل خصائص تسري كذلك على الوصل فهي كما يلي :

أ – تبديلي أي أنّ: **(ق ∨ ك) تكافئ (ك ∨ ق)**

ب – تجميعي أي أن: **((ق ∨ ك) ∨ ل) تكافئ (ق ∨(ك ∨ ل) يكافئ(ق ∨ ك ∨ ل)**

ج – متكافئ القوى أي أن:

أمّا إذا اخترنا (أو) المانعة للخلو و الجمع كنا أمام عناد الذي هو نفي للتكافؤ. والعناد التام أو الفصل التام نرمز له : w (ق w ك) و يقول (روبير بلانشي) موضحا هذه المسألة:"

---

[1] – أحمد موساوي ، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، مرجع سابق، ص 89

[2] – Stéphane Devismes Pascal Lafourcade Introduction à la logique .I N F 242 P18

فلو كنت اخترت معنى (أو) المانعة للجمع و الخلو ، كنت كتبت ك : 0، في السطر الأول و السطر الرابع "[1]، و الرسم يوضح: [إما.........إمّا.........]

إمّا أن يكون هذا العدد زوجا و إمّا أن يكون فردا.

في هذا المثال يمنع أن يجتمعا، و يمنع أن يخلو العدد منهما. لابد من واحدة.

ق	ك	ق w ك
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

4ـ رابط اللزوم (الشرط) Implication (conditional)

لساننا يحمل كثيرا من الأداوات – مثل إن ، إذا لو ، لولا، كلما، عندما.....فإنّ..– التي تشير إلى الشرط و تربط بين الجمل، يسميها النحويون : جملة الشرط و جواب الشرط، أمّا المناطقة فيسمونها القضية المركبة الشرطية، و اصطلح على تسميته " بالإتباع أو الإتصال"[2] يسمى الطرف الأول المقدم و الطرف الثاني يسمى التالي، تربط بينهما علاقة لزوم. و اللزوم يرمز له في المنطق المعاصر بـ : $\supset$ أو $\Leftarrow$ لكننا نفضل الأول.

<u>إن كانت</u> الشمس طالعة ، **<u>فـ</u>**النهار موجود .

(ق $\supset$ ك) و نقرؤها : إذا ق فإن ك

ق يستلزم ك

يمكن أن نعبّر عن الشمس طالعة بـ ق، و النهار موجود بـ ك ففي :

الحالة الأولى: الشمس طلعت أي أن ق :1، و النهار موجود أي أن ك :1، و بالتالي العبارة 1

الحالة الثانية: الشمس طلعت ق: 1، النهار لم يطلع ك:0 ، العبارة كاذبة 0

الحالة الثالثة: الشمس لم تطلع ق: 0، النهار موجود، ك: 0، العبارة صادقة:1

الحالة الرابعة: الشمس لم تطلع: 0، النهار لم يوجد، ك: ة، العبارة صادقة : 1

و نلخصها في :

[1] – روبير بلانشي، مدخل الى المنطق المعاصر، مصدر سابق، ص 46

[2] – أبي علي بن سينا، كتاب الشفاء، القياس، ص 233 و ما بعدها

الجدول الصدقي للزوم أو الشرط

ق	ك	(ق ⊂ ك)
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

هذا الجدول يلخص لنا حالات يصدق فيها الاستلزام كما جاء في السطر 1، 3، 4. فنستنتج أن الاستلزام يكذب في حالة واحدة، عندما يصدق المقدم و يكذب التالي كما ورد في السطر 2، أما باقي الحالات الأخرى فإنّ الاستلزام يصدق فيها. لهذا نلاحظ أنّ المناطقة المعاصرين و جدوا في الأقيسة الاستثنائية المتصلة و المنفصلة خصوبة ساعدتهم على توسيع المنطق القضوي و تخفيفه باللغة الرمزية الاصطناعية.

والملاحظ على رابط الاستلزام بأنّه:

- لا يتمتع الاستلزام بخصائص التجميع و التبديل و تكافؤ القوي

ق ⊂ ك ⊂ ل لا معنى لها

(ق ⊂ ك) ليست هي (ك ⊂ ق)

5- رابط التكافؤ أو التشارط Equivalence. Biconditional ≡ أو ⇔

في الحقيقة رابط التكافؤ هو الذي يربط بين قضيتين متلازمتين بوصل، كأن نقول: " إذا كان إذا كان الشعب يحتاج إلى حاكم لبناء الدولة، فإن الحاكم يحتاج إلى الشعب لبناء الدولة."[1] الصورة الرمزية لهذه العبارة المركبة هي :

(ق ≡ ك) و هي (ق ⊂ ك) ∧ (ك ⊂ ق)

الجدول الصدقي للتكافؤ أو التشارط

ق	ك	(ق ≡ ك)
1	**1**	**1**
1	**0**	**0**
0	**1**	**0**
0	**0**	**1**

يكون التشارط أو التكافؤ صادقا إذا و فقط إذا صدق المتشارطان معا، أو كذبا معا.

و يكون التشارط كاذبا إذا و فقط أذا صدق أحد المتشارطان و كذب الآخر.

[1] – احمد موساوي، المدخل إلى المنطق المعاصر، ص 96، و اسعد الجنابي، المنطق الرمزي العاصر، ص 31 بتصرف

المحاضرة الثالثة

قوانين منطقية و تعريفات لروابط منطقية

في أصل المنطق الرمزي المعاصر نلمس التسهيل و التسريع و التخفيف، ويتجلى هذا الوصف في طابع المرونة التي يتميز بها في الاستنباط المنطقي. لهذا نحاول أن نقدّم بعض القوانين التي وصل إليها المنطقة المعاصرون و منها ما هو خاص برابط الوصل و الفصل إذ إن المنطقي (دي مورجان De Morgan) أثبت و أكّد " على أنّ رابط النفي إذا دخل على عبارة وصلية فيحوّلها إلى عبارة فصلية منفية الطرفين. و إذا دخل على عبارة فصلية فيحولها إلى عبارة وصلية منفية الطرفين أي أن[1]:

1/ ~ (ق ∧ ك) ≡ (~ ق ∨ ~ ك)

2/ ~ (ق ∨ ك) ≡ (~ ق ∧ ~ ك)

هذه الخاصية التي اكتشفها دي مورجان، تؤكد على مرونة العلاقات و الروابط المنطقية في المنطق الصوري المعاصر؛ و هذا الذي يسعى إليه المناطقة دائما ، التخفيف، و السرعة، و حماية الفكر من التناقضات. فالنفي إذا كان قبل القوس يتوزع على القضايا التي بين القوسين و يغيّر الرابطة، إذا كان وصل يصبح فصلا، و إذا كان فصل سيصبح وصلا.

كما أنّه يمكننا أن ننظر للاستلزام من جهة الفصل و من جهة الوصل مثل:

في حالة إثبات الاستلزام: (ق ⊂ ك) ≡ (~ ق ∨ ك)

في حالة نفي الاستلزام: ~ (ق ⊂ ك) ≡ (ق ∧ ~ ك)

يتبيّن لنا أنّ النفي حين يدخل على الرابط يغيّره، بل، صار لكل رابط منطقي رابط ينفيه نستطيع أن نعرّفه كما يلي:

نفي الوصل هو التنافي (ق | ك) تع ≡ ~ **(ق ∧ ك)** = (~ ق ∨ ~ ك)

نفي الفصل هو الرفض (ق ↓ ك) تع ≡ ~ **(ق ∨ ك)** = (~ ق ∧ ~ ك)

نفي التكافؤ هو التعاند (ق w ك) تع ≡ ~ **(ق** ≡ ك) =**(ق ∧ ك)**∨(~ ق ∧ ~ ك)

يتبيّن لنا أيضا هناك علاقة موجودة بين الروابط المنطقية، إذ يمكن معرفة رابط برابط بسهولة و بسرعة. يمكن أن نصل إلى ستة عشر رابطا ثنائيا.[2] إذا ما أضفنا التكرار

---

[1] – أحمد موساوي، مدخل جديد الى المنطق المعاصر، ص 92، مرسلي محمد، دروس في الاستدلال الرمزي، ص 23،
– Stéphane Devismes Pascal Lafourcade Introduction à la logique .I N F 242 P18

[2] – روبير بلانشي ، مدخل الى المنطق المعاصر، ص 59، و أحمد موساوي ، المرجع نفسه، ص 126

(توتولوجيا) و التناقض ، وكل هذه الروابط سنعمل على توضيحها أكثر في الحساب المنطقي

المحاضرة الرابعة

تقويم العبارات المنطقية وحساب للقضايا

المبحث الأول: تقويم العبارات المنطقية عن طريق حساب جداول الصدق الكلاسيكية

تمهيد:

لقد تحدثنا في مبحث التطور التاريخي للمنطق الرمزي، و عرفنا أن المنطق انتقل من الاستنتاج إلى الاستنباط ثم استقرّ في الحساب المنطقي. " أين استعملت طريقة الجداول الصدقية لأوّل مرة مع فريجة و بيرس و شرويدر سنة 1880، و بعد سنة 1920 كان لها الأثر البالغ في المنطق الرياضي مع يانلوكازيفيتش و بوست Post و(لودفيدجنشطين) و اكتملت العملية مع كواين سنة 1940.[1] و الأصل كلّه يرجع إلى تحويل الاستدلال المنطقي القائم على اللغة الطبيعية إلى اللغة الرمزية ثم إلى الصورنة التي تتخذ من الحساب المنطقي أداة أمينة للحكم على العبارات المنطقية المركّبة.

ماذا نعني بالحساب المنطقي للقضايا، و ما هي مراحل انجاز جداول الصدق الكلاسيكية و كيف تتم عملية تقويم العبارات المنطقية؟

بعدما عرفنا أنّ المنطق المعاصر انبنى على اللغة الرمزية للتعبير عن القضايا و على الصورنة لحماية التفكير من الانزلاق، و بعد أن تجلّت لنا طبيعة الرموز التي تتألف من ثوابت و متغيرات. عرفنا أيضا، أن الوظيفة المنطقية للروابط المنطقية هي تكوين عبارات أكثر تركيبا..من قضية واحدة أو من عدة قضايا تتطلب عددا من الروابط و عددا من المتغيرات (للتعبير عن القضايا) الذي يسمى بالمجال أو المدى the scope connectives " و هو طول العبارة التي ينطبق عليها رابط منطقي معين داخل العبارة المركّبة"[2] لكن كيف نتجاوز هذا التركيب الذي يجعلنا أحيانا أمام التباس بين العبارات المتداخلة؟

---

[1] - محمد مرسلي، المنطق الاستدلالي الرمزي، مرجع سابق، ص 35

[2] - أحمد موساوي، مدخل جديد الى المنطق المعاصر، مرجع سابق، ص 98

مادام أنا المنطقي يعرف سبب الالتباس و الخلط لأوّل وهلة؛ فإنّه يمكن وضع حدّ لهذه المشكلة، و تجاوزها بالمنطق ذاته. كيف ذلك؟ إنّه لابد من التمييز بين الروابط الثانوية و الرابط الرئيسي أولا، و لا يتأتى هذا إلاّ بالأقواس فمثلا في العبارة المنطقية التالية هل يمكن تحديد الروابط؟ " ق⊂ ل ∧ ~ ل ⊂ ~ق"

لهذا، صار تقويم العبارات المنطقية متوقفا على اتباع الخطوات التالية:

1 – حسب عدد المتغيرات المختلفة (الذرات) المذكورة في الدالة و نحدد ما هي تأليفاتها الممكنة للصدق و الكذب، إنهما إثنان بالنسبة لمتغير واحد (ق)، و أربعة 2^2 بالنسبة إلى متغيرين إثنين، (ق ، ك) و ثمانية بالنسبة إلى 3 متغيرات $2 \times 2 \times 2 = 8$.

باختصار نعرف عدد الذرات بتطبيق : 2 أس

2 – التعرف على طبيعة الأقواس ووضعيتها (الأقواس المفتوحة مثل (و الأقواس المغلقة مثل))

3– التعرف على الرابط الرئيسي و ترتيب الروابط الثانوية بحسب مداها. " ويسمى الرابط الرئيسي الرابط الذي له أطول مدى في عبارة ما . ويكون رابطا واحدا من بين روابط كثيرة ثانوية لها مدى أقل . مثال: (ق ⊂ك) ≡ (~ق ∨ ك) رابط التكافؤ هو الرابط الرئيسي أما رابطا ⊂، ∨، والرابط الأحادي ~ روابط ثانوية.

3– تقويم العبارات المركّبة بالتعبير عن المتغيرات بممكنات الصدق و الكذب و حساب الروابط الثانوية حسب القواعد ، و حساب العبارات انطلاقا من الرابط الرئيسي و تحديد الصيغة المنطقية التي تميّز العبارة المنطقية. و التي ستتضح لنا بعد الحساب المنطقي[1].

– مثال :

لنأخذ العبارة المنطقية التالية: (ق ⊂ك) ≡ (~ق ∨ ك)

قوم العبارة المنطقية عن طريق جداول الحساب الكلاسيكي للقضايا و بيّن صيغتها.

أولا: نحدد حالات الصدق و الكذب : لدينا قضيتين $2^2 = 4$

ثانيا: توزيع قيم الصدق و الكذب على "ق" و "ك" بحيث "ق" حالتين صدق و حالتين كذب أما "ك" حالة صدق تليها حالة كذب حالة صدق تليها حالة كذب

ثالثا : توزيع قيم الصدق و الكذب حسب الجدول و الأعمدة الضرورية

[1] - أحمد موساوي، مدخل جديد الى المنطق المعاصر، ص 104-105

(~ق ∨ ك)	≡	(ق ⊂ك)	ك	ق
0 1		1 1	1	1
0 0		1 0	0	1
1 1		0 1	1	0
1 0		0 0	0	0

رابعا: تحديد الرابط الرئيسي للعبارة الذي له أطول مدى و هو ≡ أما ⊂ و ∨ فهما رابطان ثانويان.

خامسا: تقويم العبارة المنطقية وفقا لقاعدة كل رابط والحساب يبدأ من أقصر مدى إلى أطول مدى حتى نصل ألى الرابط الرئيسي الذي على أساسه تتحدد قيمة و العبارة و صيغتها.

(~ق ∨ ك)	≡	(ق ⊂ك)	ك	ق
0 1 1	1	1 1 1	1	1
0 0 0	1	1 0 0	0	1
1 1 1	1	0 1 1	1	0
1 1 0	1	0 1 1	0	0

كما نلاحظ على صورة الجدول إنّ خانة الرابط الرئيسي ≡، جاءت كلها صادقة 1، في كل الحالات التي كانت عليها ق و ك، وتسمى هذه الحالة الصادقة دوما في كل الأحوال الممكنة بصيغة " **العبارة التكرارية Tautology**،[1] أو (تحصيل حاصل) .و التكرارية هنا مرتبطة بتكرار الصدق و في هذه الحالة يعتبر قانون منطقي يتأكد من خلاله علمية المنطق، بل، هذه القوانين صارت قالبا لقوانين علمية هامة جدا ممكن تجدها في كتب تاريخ العلم المعاصر. لأن اليقين في القانون المنطقي أقوى درجة من القانون العلمي. و إليك أهم القوانين المنطقية[2]:

- أ – **قانون إثبات المقدم** : (((ق ⊂ ك) ∧ ق) ⊂ ك)
- ب – **قانون نفي التالي:** (((ق ⊂ ك) ∧ ~ ك) ⊂ ~ ق)
- جـ– **قانونا دي مورغان:** ~ (ق ∧ ك) ≡ (~ ق ∨ ~ ك)

~ (ق ∨ ك) ≡ (~ ق ∧ ~ ك)

- د– **قانون التجميع: ((ق ∨ ك) ∨ ل) ≡ (ق ∨(ك ∨ ل) ≡ (ق ∨ ك ∨ ل)**
- هـ – **قانون كلافيوس:** (~ ق ⊂ ق) ⊂ ق)
- ي– **قانون تعدي اللزوم:** ((ق ⊂ ك) ∧ (ك ⊂ ل)) ⊂ (ق ⊂ ل)

[1] - Gerard CHazal. Eléments de Logique formelle. Editions Hermès Paris.1996. p 79

[2] - أحمد موساوي، المرجع نفسه، ص 119

لتحصيل هذه الطريقة نحاول تقويم العبارة المنطقية التالية:

(((ق ∨ ك) ∨ ل) ≡ ((ق ∨(ك ∨ ل))

لدينا ثلاث قضايا أو 3 ذرات، ق ، ك ، ل، يعني 2 ثلاث مرات و هي : 2x2 x2 = 8

المدى الطويل حسب الاقواس هو ≡ ، و الروابط الأخرى ثانوية متفاوتة المدى.

الجدول الكلاسيكي لحساب القضايا و تقويم عبارة:

(((ق ∨ ك) ∨ ل) ≡ ((ق ∨(ك ∨ ل))

ق	ك	ل	(((ق ∨ ك) ∨ ل) ≡ ((ق ∨ (ك ∨ ل)
1	1	1	1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1
1	1	0	0 1 1 1 1 1 0 1 1 1 1
1	0	1	1 1 0 1 1 1 1 1 0 1 1
1	0	0	0 0 0 1 1 1 0 1 0 1 1
0	1	1	1 1 1 1 0 1 1 1 1 1 0
0	1	0	0 1 1 1 0 1 0 1 1 1 0
0	0	1	1 1 0 1 0 1 1 1 0 0 0
0	0	0	0 0 0 0 0 1 0 0 0 0 0
			↓ T ↓

نلحظ في هذا الجدول أنّه بعدما وزعنا قمية 1، 0، على الذرات و على الروابط الثانوية المتفاوتة المدى ربطنا قيم الفصل الثاني في العبارة الأولى، مع قيم الفصل الأول من العبارة الثانية، فوجدنا أنّ الطرفين يحققان التكافؤ ≡ و منه نستخلص: إنّ **العبارة تكرارية**

(((ق ∨ ك) ∨ ل) ≡ ((ق ∨(ك ∨ ل))

- مثال حول العبارة المتناقضة:

قوم العبارة المنطقية التالية و بين صيغتها عن طريق جدول الحساب الكلاسيكي.

أ = ((ق ∧ ك) ≡ ل) ∧ (~ ق ∧ ل)

- عبارة منطقية تتألف من 3 ذرات : ق، ك، ل. وبالتالي الحالات الممكنة 2x2 x2 = 8

ق	ك	ل	((ق ∧ ك) ≡ ل)	∧	(~ ق ∧ ل)
1	1	1	1 1 1 1 1	0	1 0 0
1	1	0	0 0 1 1 1	0	0 0 0
1	0	1	1 0 0 0 1	0	1 0 0
1	0	0	0 1 0 0 1	0	0 0 0
0	1	1	1 0 1 0 0	0	1 1 1
0	1	0	0 1 1 0 0	0	0 0 1
0	0	1	1 0 0 0 0	0	1 1 1
0	0	0	0 1 0 0 0	0	0 0 1
			*	⊥	*

إنّ الذي نلاحظه في هذا الجدول، هو وجود قيمة الكذب التي تكررت في جميع الحالات التي في خانة الرابط الرئيسي للعبارة المنطقية. و بالتالي **العبارة المنطقية متناقضة.**

- مثال حول القضية أو العبارة المتعارضة:

بالإضافة إلى الصيغ التكرارية و الصيغ المتناقضة، فإنّه يوجد نوع آخر من الصيغ ، وسمه المناطقة بالصيغة العرضية، و تكون صادقة من أجل بعض القيم الممكنة ، و كاذبة لبعض القيم الأخرى. الرابط الرئيسي خانته ميزاج بين 1 و 0.

قوم العبارة المنطقية التالية: (ق ∨ ك) ⊂ م)

في هذه العبارة ثلاث ذرات او قضايا: ق ، ك ، م . وبالتالي عدد الحالات الممكنة 08

وهناك رابطين: ∨، رابط ثانوي ⊂ رابط رئيسي

ق	ك	م	(ق ∨ ك)	⊂	م
1	1	1	1	1	1
1	1	0	1	0	0
1	0	1	1	1	1
1	0	0	1	1	1
0	1	1	1	0	0
0	1	0	1	1	1
0	0	1	0	1	0
0	0	0	0	1	1

*

نلاحظ أن خانة العمود الرئيسي في الجدول فيه: قيم 1، و قيم 0 و بالتالي العبارة عرضية.

- **أسئلة للفحص و التدريب:**

قوّم بواسطة جداول الصدق الكلاسيكية العبارات المنطقية التالية:

1/ (ق ∨ (ك ∧ ل) ≡ (ق ∨ ك) ∧ (ك ∨ ل)

2/ ق ⊂ (ك ⊂ ق)

3/~ (ق ∧ ك) ≡ (~ ق ∨ ~ ك)

4/ (ل ⊂ (ق ∨ ك)) ≡ (~ ق ⊂ (ك ∨ ل)

5/ ((ق⊂ ك) ∧ (ك ⊂ل) ⊂ (ق ⊂ ل)

~((ق ∧ ~ ك) ∧ ل) ∨ (م ⊂ ~ ك) ≡ ((~(ق ∧ ~ ك) ∨ ~ ل)) ∨(م∧ ~ق)

7/ ((ق⊂ ك) ∧ (ك ⊂ ل) ⊂ (~ق ∨ ل)

8/ (((ق⊂ ك) ∧ (ق ⊂ ~ ك) ⊂ ~ ق

9/ (ق w ك) ≡ ((ق ∧ ~ ك) ∨ (~ ق ∧ ك)

المحاضرة الخامسة

تقويم العبارات عن طريق جداول الصدق المختصرة

تمهيد:

انتبه المناطقة إلى آلية إحصائية متميّزة انفردت بها طريقة الجداول الكلاسيكية في تقويم العبارات المنطقية،وهي الطريقة التي ركبت الحساب لتحل محّل البرهان المنطقي، لكن المناطقة وجدوا أنفسهم أمام عمل متعب فيه احتمال الخطأ بدرجة كبيرة، فإذا وقع خلل في ترتيب أو إحصاء الذرات والقضايا و الروابط الثانوية، فكل هذا يؤثر على نتيجة الرابط الرئيسي. كما أنّ الاعتماد على الحالات الممكنة 2 قوة ن قد يكون غير صائب أمام عبارات منطقية مركبة من عدد كبير من الذرات. لهذا ابتكر المناطقة طريقة أخرى أقل جهدا عوضا أن تفحص كل الممكنات، وهذا متعب، تفحص فقط الحالة التي يكذب فيها الرابط فقط ، " تستخدم نفس قواعد التقويم الخاصة بكل رابط منطقي و بمداه.[1] وستتضح الطريقة بالتطبيقات:

1 – التدريب على أساسيات الإختصار:

كشفت الطريقة الديداكتيكية أنّ تحصيل طريقة التقويم بالمختصرات فيها نوعا من الصعوبة التي تكتنف الدارس في هذا الباب، لهذا اقترحنا تحضيرا أوليّا نستبق به التعامل مع العبارة المنطقية، وهو تناول احتمالات و ممكنات كل رابط منطقي والتي لخصناها فيما يلي: **– الحالات الممكنة لرابط الوصل :**

(ق ∧ **0**)	(**1** ∧ ق)	(**0** ∧ ق)	(ق ∧ **1**)
0	ق	0	ق

– الحالات الممكنة لرابط الفصل :

(ق ∨ 1)	(1∨ ق)	(0 ∨ ق)	(ق ∨ 0)
1	1	ق	ق

[1] - أحمد موساوي، مدخل جديد الى المنطق المعاصر، مرجع سابق، ص 127

الحالات الممكنة لرابط الاستلزام :

(ق ⊂ 1) ، (1 ⊂ ق) ، (ق ⊂ 0) ، (0 ⊂ ق)

1 ق ق 1

- **الحالات الممكنة لرابط التشارط (التكافؤ) :**

(ق ≡ 1) ، (1 ≡ ق) ، (0 ≡ ق) ، (ق ≡ 0)

ق ق ق ق

نقوم العبارة المنطقية: ((ق ⊂ ك) ⊂ ق)) ≡ ~ ق

يوجد لـ ق احتمالين: ق:1 ق :0

نفحص العبارة في حالتين:

الحالة الأولى : ق: 1

نعوّض ق بـ 1 فنجد : ((1 ⊂ ك) ⊂ 1) ≡ 0

من خلال قاعدة الاستلزام نعلم أنّ قيمة العبارة : (1 ⊂ ك) تابعة لقيمة (ك)

إذا كانت ك : 1 تصبح: ((1 ⊂ 1) ⊂ 1) ≡ 0

≡ 0

1

0

العبارة المنطقية : 0 ، في حالة ق: 1 ، ك : 1

ك : 0 تصبح : ((1 ⊂ 0) ⊂ 1) ≡ 0

مهما كانت قيمة ك إذا كانت ق : 1، فإنّ العبارة المنطقية تكون كاذبة ، لأنّ تالي الطرف الأول صادق ، و بالتالي فكل الشروط يصدق الاستلزام. و إذا كان الطرف الثاني ~ ق: 0 فإنّ التكافؤ يكون فاسدا . و في حال ق: 0 يصبح:

1 ≡ (0 ⊂ (ك ⊂ 0))

1 ≡ 0 ⊂ -----

1

1 ≡ ----------

0

0

مهما كانت قيمة (ك) فإنّ الطرف الأول يكون كاذب لأن تالي الطرف الأوّل كاذب.وبالتالي العبارة المنطقية مادام كذبت في الحالتين **فهي متناقضة.**

- **المثال الثاني:**

(ق ≡ (ك ∧ ل)) ⊂ (~ ك ⊂ ~ ق)

ق = 1

(1 ≡ (ك ∧ ل)) ⊂ (~ ك ⊂ 0) يمكن اختصار العبارة إلى :

(ك ∧ ل) ⊂ ~ ك

لا نستطيع أن نستمر دون افتراض قيمة ك

ق: 0

(0 ≡ **(ك ∧ ل)) ⊂ (~ ك ⊂ 1)**

1 ----- ⊂

1

مهما كانت قيمة الطرف الأول مادام الطرف الثاني صادق دوما **(~ ك ⊂ 1)**

في حالة: ق = 1 و ك = 1

(1 ≡ (1 ∧ ل)) ⊂ (0 ⊂ 0)

1 ⊂ ----------

1

في حالة : ق = 1 و ك = 0

(1 ≡ (0 ∧ ل)) ⊂ (1 ⊂ 0)

1 ≡ 0 ⊂ 0

–––––   –––––

0 ⊂ 0

–––––––––––––––

1

في كل الحالات التي تكون فيها القيم : ق ، ك ، ل ، تكون صادقة و بالتالي العبارة المنطقية **(ق ≡ (ك ∧ ل)) ⊂ (~ ك ⊂ ~ ق) تكرارية تحصيل حاصل.**

المثال الثالث:

قوّم العبارة المنطقية التالية عن طرقة جداول الصدق المختصرة و بيّن صيغتها

((ق ∧ ل) ≡ ك) ∧ (ك ∧ ~ ق)) الرابط الرئيسي هو الوصل الثاني

ق=1

((1 ∧ ل) ≡ ك) ∧ **(ك ∧ 0)** يمكن اختزال الطرف الأوّل في : ل ≡ ك

–––––––– ∧ 0 مهما كانت قيمة ك لانها وصل

–––––––––––––––

0 عبارة كاذبة في حالة : ق = 1

- في حالة : ق = 0

((0 ∧ ل) ≡ ك) ∧ (ك ∧ 1))

–––––– ≡ ك) ∧ **ك**

0 ≡ ك) ∧ **ك**

–––––––––––––––

0

هنا، مهما كانت قيمة " ك " تكون العبارة المنطقية كاذبة، لأن الرابط الرئيسي وصل.

إذا ك =1 المقدم كاذب و التالي صادق وبالتالي العبارة كاذبة

إذا ك = 0 المقدم صادق نستخلص أن العبارة المنطقية بما أنها وردت في جميع الحالات كاذبة، فإذن فإنّها ذات **صيغة متناقضة .**

- **المثال الرابع[1] :**

قوّم العبارة المنطقية التالية بواسطة طريقة جداول الصدق المختصرة:

((ق ∨ ك) ∧ ((ك ⊂ ل) ∨ م)) ⊂ ((ق ⊂ ل) ∨ م)

الاحتمال الأول:

ق = 1

((1 ∨ ك) ∧ ((ك ⊂ ل) ∨ م)) ⊂ ((1 ⊂ ل) ∨ م)

لا نستطيع أن نتقدم في التحليل إلاّ إذا افترضنا قيمة لـ " ك " و " ل "

ك =1، ل =1 فبالتعويض نحصل على :

((1 ∨ 1) ∧ ((1 ⊂ 1) ∨ م)) ⊂ ((1 ⊂ 1) ∨ م)

------ ∧ ------ ∨ م ⊂ ((1 ⊂ 1) ∨ م)

1 1 ------------

------------------ 1

1

1

النتيجة الجزئية الأولى: عندما تكون ق=1، ك=1، ل=1 العبارة صادقة مهما تكون م.

- **<u>الإحتمال الثاني:</u>**

ق = 0 ، ك =1 ، ل =1 ، م = 1 بالتعويض نحصل على :

((0 ∨ 1) ∧ ((1 ⊂ 1) ∨ 1)) ⊂ ((0 ⊂ 1) ∨ 1)

----- ----------- ---------

1 1 1

------------------ ⊂ -----------

1 1

1

مادام الرابط الرئيسي هو الاستلزام، و تالي العبارة صادق فمهما كانت قيمة المقدم يكون الاستلزام صادق حسب القاعدة المنطقية. و بالتالي العبارة المنطقية صادقة"[2] في الاحتمال الثاني .

---

[1] - أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر ، ص 132

[2] - ، المرجع السابق، ص 133

- **الاحتمال الثالث:**

ق = 1 ، ك = 0 ، ل = 0 ، م =0 بالتعويض نحصل على :

$$(0 \vee (0 \subset 1)) \subset ((0 \vee (0 \subset 0)) \wedge (0 \vee 1))$$

$$0 \quad \vee \quad 0 \qquad\qquad 0 \qquad 1 \qquad\qquad 1$$

$$\text{-----------} \quad \subset \quad \text{-------------------}$$

$$0 \qquad\qquad\qquad\qquad 1$$

$$0$$

العبارة منطقية كاذبة

النتيجة النهائية: تصدق العبارة المنطقية في الاحتمالين الأوليين و تكذب في الاحتمال الثالث. إذن العبارة المنطقية عرضية contingent . يكفي ظهور حالة واحدة من الكذب لكي تكون العبارة عرضية حتى لو كانت الحالات الباقية كلها صادقة."[1]

استنتاج: يتضح لنا من خلال المقاربة بين الطريقتين ، طريقة الجداول المطوّلة الكلاسيكية و طريقة المختصرات المتبعة في تقويم العبارات المنطقية؛ بأن الطريقة الثانية أقصر مسلكا و أقل تكلفة من الأولى. ولكن نريد أنّ ننبه الدارسين أن الاشتغال على طريقة المختصرات يكسب مهارة الاختصار أكثر مما فعلنا ، و نستطيع أن نتجنب كثيرا من الخطوات و الحالات، و التمارين هي التي تنمي المهارات، خاصة إذا علمنا أن المنطق الرمزي رسم و ليس قراءة ، بل هو تصوير يعتمد على البصر.

[1] - أحمد موساوي، المرجع السابق ، ص 134

- **تمارين**

قوّم العبارات المنطقية بواسطة جداول الصدق المختصرة و بين صيغتها.

1/ (ق ⊂ ك) ⊂ ((ق ⊂ ~ ك) ⊂ ~ ق)

2/ ((ق ∧ ك) ⊂ ل) ≡ (~ (~ ل ∨ ك) ⊂ (~ ل ⊂ ~ ق))

3/ ((ق ∧ ك) ⊂ ل) ≡ (ق ⊂ (~ ل ⊂ ~ ك))

4/ ~((ق ∧ ~ ك) ∧ ل) ∨ (م ⊂ ~ ك) ≡ ((~(ق ∧ ~ ك) ∨ ~ ل)) ∨(م∧ ~ق)

5/ ((ق⊂ ك) ∧ (ك ⊂ ل) ⊂ (~ق ∨ ل)

6/ (((ق⊂ ك) ∧ (ق ⊂ ~ ك) ⊂ ~ ق

9/ (ق w ك) ≡ ((ق ∧ ~ ك) ∨ (~ ق ∧ ك)

المحاضرة السادسة

تقويم العبارات المنطقية عن طريقة تحليل الأشجار

تمهيد :

المنطق الصوري المعاصر اختزل البرهان في الحساب المنطقي للقضايا و التحليل، و هذا الذي رأيناه إلى غاية هذه الصفحة، فطريقة الجداول الكلاسيكية منذ أن وضع (فريجة) أصولها كانت تبحث عن التوتولوجيا و الصيغ الأخرى كالعرض و التناقض. لكن بالرغم من أنّها كانت طريقة مضبوطة و فيها نوعا من اليقين، إلاّ أنّها صعبة أحيانا، عندما تكثر الذرات و الأعمدة و تتشابك الروابط و تزداد احتمالات الوقوع في الخطأ"[1] ففكر المناطقة في طريقة أخرى تقوم على افتراض حالة أو حالتين في ذرات معدودة و التسليم بقواعد الرابط ثم الاستنباط. فقد رأينا أنها طريقة تمكننا من تحديد صيغ العبارات المنطقية، لكن هل تعتبر طريقة تحليلية؟

إنّ الفحص الجيد لطريقة جداول المختصرات يتجلى منه طابع الإحصاء و يُندر في عملياته طابع التحليل، وهذا لا يليق عند استعماله لتحليل النصوص و المعارف التي تبسطها العلوم للتحقيق و هذا هدف كل علم. و السرعة و الدقة هي أسمى الأهداف .إذ انصب تفكير المناطقة على هذين الميزتين فجاءوا بطريقة جديدة تساعد على معرفة الصيغ و تحل العبارات بطريقة أسرع و بجهد أقل و بدقة كبيرة، و تتغلّب على المتغيرات القضوية[2] ، إنّها طريقة التحليل الشجيري ، أو طريقة صدق الأشجار Method of truth trees. فما هي طريقة التحليل الشجيري و ما مراحل تحليل العبارة المنطقية و ما هي القواعد التي تضبط هذه الطريقة و ما قيمتها المنطقية و الفلسفية؟

- أولا : التعريف بطريقة التحليل الشجيري: هي طريقة تقويم منطقية تحليلية تتناول تقويم العبارات المركبة ، بحيث ينطلق من نفي العبارة المنطقية المراد تحليلها إذ يقتضي " التحليل بالنسبة إلى هذه الطريقة تحويل الرابط الرئيسي أولا ثمّ الروابط الثانوية الواردة في العبارة التي يطلب تحليلها بطريقة تنازلية إمّا إلى الوصل " $\wedge$ " و إما إلى الفصل " $\vee$ " وفقا لقواعد التكافؤ بين الروابط. فنضع علامة x كلما وجدنا في الفرع تناقضا ولا نواصل فيه التحليل و ننتقل إلى فرع آخر فنعمل العمل الأول و نستمر حتى النهاية..

---

[1] - محمد محمد قاسم ، نظريات المنطق الرمزي، مرجع سابق ، ص 117

[2] - أسعد الجنابي، المنطق الرمزي المعاصر، مرجع سابق ، ص 230

- **ثانيا : كيفية تحديد صيغة العبارة المنطقية[1] :**

إذا نتج عن تحليل العبارة ~ أ تناقض في جميع الفروع فنقول : إنّ كل فروع الشجرة مغلقة أي أنّها متناقضة ، و بما أنها ليست هي العبارة المطلوبة للتحليل ..وهي تناقض المغلقة فإنّ نقيض العبارة المتناقضة هي العبارة التكرارية (توتولوجيا) الصادقة في جميع الحالات. أمّا إذا كشف التحليل عن فروع العبارة ~ أ بأنّها كلها مفتوحة أي لا وجود لأي تناقض بين القضايا في أي فرع من الفروع ، فنقول : أن فروع الشجرة المفتوحة تدل على أن العبارة المحلّلة ~ أ خالية من التناقض. أي تكرارية و منه نستنتج بأنّ العبارة أ عبارة متناقضة . contradictory .

أمّا إذا أظهر التحليل للعبارة ~ أ ، أن بعض من فروعها مفتوحا و بعضا مغلقا فنقول : أن العبارة المنطقية عرضية ، و نقيض العرضية عرضية أ .[2]

هذا، و مادام المنطق الصوري المعاصر يرسم و يصوّر ولا يقرأ فقط فإنّه من الضروري عرض هذه الأشجار و فروعها معرفة تقنيات التفريع و التحليل ، فنتساءل عن مراحل هذا التحليل؟

- **ثالثا : خطوات طريقة الأشجار**

لخّص لنا الدكتور موساوي احمد – أستاذ المنطق بجامعة الجزائر – والدكتور (نجيب الحصادي) الخطوات الرئيسية المعتمدة في تحليل العبارات المنطقية عن طريق الأشجار و هي كما يلي:

1 – إدخال النفي على العبارة المنطقية التي يُطلب تحليلها، فإذا كنا بصدد تحليل العبارة " أ " أو أيّة عبارة أخرى يجب أن ننفيها أولا فنحوّلها إلى " ~ أ " ، وإذا كانت لدينا العبارة " ~ أ " و يطلب تحليلها فيجب أن نحوّلها إلى العبارة " ~~ أ " بحيث تصير " أ"

2 – تحويل الرابط الرئيسي الحاصل بعد عملية النفي إلى وصل أو فصل، إذا كان غير ذلك ، و إلاّ فتحذف الخطوة ثمّ تواصل العملية مع الروابط الثانوية الأخرى إلى نهاية التحليل.

3 – نبدأ التحليل برابط الوصل قبل رابط الفصل، لأن الوصل عمودي يساعد أمّا الفصل فمتفرع .

---

[1] - Marc Peeters . Sébastien Richard . Logique formelle . édition Mardaga Belgique 2009. p 54-55

[2] - أسعد الجنابي، المنطق الرمزي المعاصر ، ص 232 و ما بعدها ، و انظر أحمد موساوي، مدخل جديد للمنطق المعاصر ، ص 152 .

4 – إذا ظهر في نفس الفرع تناقض، أي وجود قضية و نفيها فنضع العلامة " x " في ذلك الفرع و لا نواصل فيه التحليل، بل ننتقل إلى فرع آخر ليس فيه تناقض. و هكذا ، كلما ظهر تناقض في فرع من الفروع الشجرة نضع العلامة السابقة و ننتقل إلى فرع آخر إلى نهاية التحليل.

5 – إذا انتهت عملية تحليل القضية المنفية إلى عدم وجود أي تناقض في أي فرع من فروع الشجرة فنقول : أنّ كل فروع الشجرة مفتوحة أي خالة من التناقض، و هذا يعني أن القضية الأصلية كاذبة في كل الحالات أي أنها متناقضة contradictory. أمّا إذا ظهر تناقض في بعض الفروع و لم يظهر في غيرها، كانت العبارة عرضية "contingent.[1] .

– **رابعا : قواعد الروابط المنطقية في الإثبات و النفي و تمثيلها الشجيري.**

الدارس للمنطق الرمزي يستطيع أن يكتشف طابع الصورنة و التمثيل الحسي البصري في مجال اللغة المنطقية المصطنعة و أشكالها. لهذا نزولا عند شرط التفهيم نحاول أن نقدم لكل رابط منطقي قاعدته في النفي و الإثبات و الصورة أو الشكل الذي يُعبّر عنه في الشجرة بعد تحليل العبارة المنطقية :

أ – قاعدة النفي : الإثبات : ق هي ~~ ق

النفي : ~~ ق هي ق

نفي النفي (النفي المزدوج) هو إثبات، و هذه العلاقة نجدها أيضا في الرياضيات ، لكن المناطقة الحدنسانيين يرفضونها.

– قاعدة الوصل conjunction

– الإثبات : (ق ∧ ك)

ق

|

ك

– النفي ~ (ق ∧ ك)

~ ق   ~ ك

Negation of conjunction

~ (ق ∧ ك) ≡ (~ ق ∨ ~ ك)

[1] - أحمد موساوي، مدخل جديد إلى المنطق المعاصر، ص 151-152 . و انظر ، نجيب الحصادي، أسس المنطق الرمزي مرجع سابق، ص 118-120 -119

- قاعدة الفصل : (ق ∨ ك)

- الإثبات

ق ك

- النفي : ~ (ق ∨ ك)

|

~ ق

|

~ ك

negation disjonction

~ (ق ∨ ك) ≡ (~ ق ∧ ~ ك)

- قاعدة الشرط و الاستلزام conditional

- الإثبات : (ق ⊂ ك)

~ ق ك

النفي : ~ (ق ⊂ ك)

|

ق

|

~ ك

(ق ⊂ ك) ≡ (~ ق ∨ ك) ≡ ~ (ق ∧ ~ ك)

~ (ق ⊂ ك) ≡ (ق ∧ ~ ك) ≡ ~ (~ ق ∨ ك)

- قاعدة التشارط (التكافؤ) Equivalence

- التشارط المثبت : (ق ≡ ك)

ق ~ ق

| |

ك ~ ك

التشارط المنفي : ~ (ق ≡ ك)

~ ق ق

| |

ك ~ ك

بالتعريف : (ق ≡ ك) ≡ (ق ∧ ك) ∨ (~ ق ∧ ~ ك)

و ~ (ق ≡ ك) ≡ (ق ∧ ~ ك) ∨ (~ ق ∧ ك)

- **استنتاج** : هذه القواعد التي استعرضنا حالها في الإثبات و النفي ، و التحويلات التي تترتب عنها هي التي نعتمدها في تحليل الأشجار و تحديد صيغها، إذ إن الرابطين الوصل

و الفصل هما أساسان للعملية، و لا ننتظر دائما العبارة المنطقية أن تأتي جاهزة متوفرة عليهما. و يتضح عملنا أكثر عند بسط الأمثلة النموذجية .

- **المثال الأوّل :**

حلل العبارة المنطقية التالية بواسطة طريقة الأشجار :

β = ((ق ⊃ ك) ∧ (ك ⊃ ق)) ⊃ (ق ≡ ك)

الخطوة الأولى نقوم بنفي β فنحصل على :

~ β = ((ق ⊃ ك) ∧ (ك ⊃ ق)) ∧ ~(ق ≡ ك)

بما أنّ الوصل ∧ في الطرف الثاني هو الرابط الرئيسي فستأخذ الشجرة الشكل التالي :

~ β = ((ق ⊃ ك) ∧ (ك ⊃ ق)) ∧ ~(ق ≡ ك)

|

((ق ⊃ ك) ∧ (ك ⊃ ق)) الطرف الأيمن من الرابط الرئيسي

|

~(ق ≡ ك) الطرف الأيسر من الرابط الرئيسي (∧)

|

(ق ⊃ ك) الجزء الأول من الطرف الأول

|

(ك ⊃ ق) الجزء الثاني من الطرف الأول

ق ~ ق

| |

~ ك ك

~ ق ك ~ ك ق

X X X X

نلاحظ أنّه بعد إدخال النفي على العبارة المنطقية β ، و صارت ~ β ، و لما كان الاستلزام ⊃ هو الرابط الرئيسي قبل إدخال النفي على العبارة ، تحول الرابط الرئيسي إلى وصل ∧ ، و اعتمدنا على قاعدة تحويل ~ ⊃ ، فنفينا التالي و أثبتنا المقدم فصارت العبارة

~ β = ((ق ⊃ ك) ∧ (ك ⊃ ق)) ∧ ~(ق ≡ ك)

وبعد ترتيب العبارات من اليسار إلى اليمين ، حللنا عبارة نفي التشارط ~(ق ≡ ك) إلى فرعين ، (وصلين منفصلين) حسب تعريف رابط نفي التشارط :

~(ق ≡ ك) ≡ (ق ∧ ~ ك) ∨ (~ ق ∧ ك)

بعدها حللنا عبارة المقدم أو الطرف الأوّل الذي يتألف من وصل بين استلزامين:

((ق ⊂ ك) ∧ (ك ⊂ ق)) الذين فرعناهما إلى فصلين حسب تعريف الاستلزام:

((ق ⊂ ك) ∧ (ك ⊂ ق)) ≡ (~ ق ∨ ك) ∧ (~ ك ∨ ق)

بما أن كل الفروع مغلقة و بالتالي القضية ~ β متناقضة ، إذن فالقضية β تكرارية" [1].

– **المثال الثاني** :

قوّم العبارة المنطقية التالية بواسطة طريقة التحليل الصدقي الشجيري:

α = (~ ق ∨ ك) ≡ ~ (ق ∧ ~ ك)

1/ ~ α = (~ ق ∨ ك) ≡ ~ (ق ∧ ~ ك)

= ~ ((~ ق ∨ ك) ≡ ~ (ق ∧ ~ ك))

= ((~ ق ∨ ك) ∧ ~~ (ق ∧ ~ ك)) ∨ ~((~ ق ∨ ك) ∨ (ق ∧ ~ ك)

= ((~ ق ∨ ك) ∧ (ق ∧ ~ ك)) ∨ ((~ ق ∨ ك) ∧ (ق ∧ ~ ك)

(~ ق ∨ ك) | ((~ ق ∨ ك)
(ق ∧ ~ ك) | (ق ∧ ~ ك)
ق | ق
~ ك | ~ ك
~ ق ، ك | ~ ق ، ك
X X | X X

بما أن كل فروع العبارة ~ α مغلقة فهي متناقضة ، إذن: العبارة α **تكرارية توتولوجيا**

[1] - Marc Peeters ; Sébastien Richard . Logique formelle . édi Mardaga . p 56

– **المثال الثالث :**

قوم العبارة المنطقية التالية بطريقة أشجار الصدق، ثم ابرز صيغتها المنطقية.

π = ((ق ⊃ ك) ∨ (ل ⊃ ك)) ⊃ ((ق ∨ ل) ⊃ ك)

صورة هذه العبارة المنطقية تبيّن أن الرابط الرئيسي هو الاستلزام كم تدل على ذلك الأقواس. الطرف الأول : ((ق ⊃ ك) ∨ (ل ⊃ ك))

الطرف الثاني: ((ق ∨ ل) ⊃ ك)

1/ إدخال رابط النفي على كامل العبارة π

~ π = ((ق ⊃ ك) ∨ (ل ⊃ ك)) ⊃ ((ق ∨ ل) ⊃ ك)

= ((ق ⊃ ك) ∨ (ل ⊃ ك)) ∧ ~((ق ∨ ل) ⊃ ك)

= ((ق ⊃ ك) ∨ (ل ⊃ ك)) ∧ ((ق ∨ ل) ∧ ~ ك) نفي الاستلزام

|

((ق ⊃ ك) ∨ (ل ⊃ ك))

|

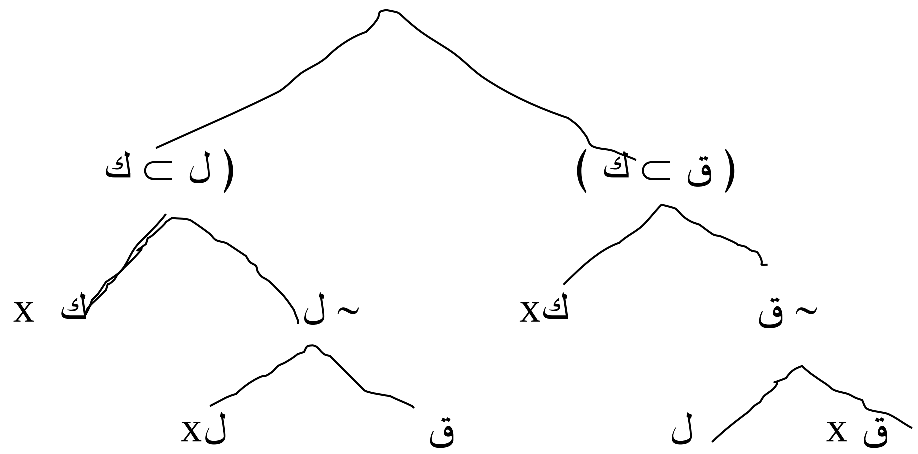
((ق ∨ ل) ∧ ~ ك)

|

(ق ∨ ل)

|

~ ك



نلاحظ أن فروع الشجرة بعضها مغلق و بعضها مفتوح يعني أنّ العبارة **~ π عرضية و منه نستخلص أن العبارة π عرضية لأن نقيض العرضية عرضية. Contingent**

- **المثال الرابع :**
- **قوم** العبارة المنطقية التالية بطريقة أشجار الصدق، ثم ابرز صيغتها المنطقية.

أ = ((ق ∧ ك) ≡ ل) ∧ (~ ق ∧ ل)   الرابط الرئيسي حسب الأقواس هو وصل

~ أ = ~ ((ق ∧ ك) ≡ ل) ∨ ~(~ ق ∧ ل)الرابط الرئيسي تحول إلى فصل

~ أ = (((ق ∧ ك) ∧ ~ ل) ∨ (~ ق ∨ ~ ل) ∧ ل)) ∨ (ق ∨ ~ ل))

((ق ∧ ك) ∧ ~ ل) ∨ (~ ق ∨ ~ ل) ∧ ل))   (ق ∨ ~ ل)

~ ل   ل   ق   ~ ل

ق

ك   ~ ق   ~ ك

نلاحظ أن شجرة الصدقي (~ أ) جميع فروعها جاءت مفتوحة و لم نعثر على أي تناقض بين قضيتين ، لهذا نقول أن العبارة (~ أ) تكرارية توتولوجية ، إذن نستنتج أن العبارة المطلوبة للتقويم (أ) **قضية متناقضة contradictory**

- تمارين تحصيلية :

قوّم العبارات التالية بطريقة التحليل الشجيري و حدد صيغتها المنطقية

أ = ((ق ∧ ك) ∨ (~ ق ∧ ل) ⊂ (ق ∨ ل)

ب = ((ق ⊂ ك) ∧ (~ ك ⊂ ~ ق)) ≡ (~ق ∨ ك)

ج = ((ق ∧ ك) ⊂ (ل ∨ م) ∨ ~ (ق ⊂ ك) ∧ ~(ل ⊂ م)

د = (ق ≡ (ق ∨ ق)

و = (ق ≡ ك) ≡ (ق ⊂ ك) ∧ (ك ⊂ ق)

ي = (ق ∨ ك) ∧ ~ (~ ق ⊂ ك)

المحاضرة السابعة

إتساق و عدم اتساق مجموعة من القضايا
Consistency and Inconsistency

تمهيد:

تعرفنا ممارسة في المباحث الثلاثة السابقة على طريق التقويم المعتمدة لمعرفة الصيغ المنطقية للقضايا و للعبارات المنطقية المختلفة، ووقفنا عند أهم المراحل الرئيسية لكل طريقة، (الجداول الكلاسيكية ، الجداول المختصرة ، و طريقة الأشجار) ووجدنا أنّها تتفاوت في التركيب و السهولة ، و تتأرجح بين الإحصاء و التأويل، لكن هدفها واحد، و هو أساس الصدق و الكذب، فلا تخلو نتيجة التقويم من ثلاثة أصناف أو صيغ : تكرارية ، متناقضة ، عرضية. و كل صيغة تصلح لأمر معيّن.فالمتناقضة هي القضايا المخالفة للعقل و الفكر السليم تستعمل في البرهنة بالخلف، أمّا التكرارية فهي عبارات مصدّقة يبنى عليها البرهان في حين نجد العبارات العرضية في العالم المتغيّر بوقائعه.

هذا، و إذا كانت طريقة أشجار الصدق فيها ميزة التحليل بدرجة أقوى من الطريقتين السابقتين، فأنى تتجلى تطبيقاتها، و ما هي قيمتها المنطقية؟

نحاول أنّ نركّز على بعض منها ، وهي الاتساق و عدم الاتساق بين مجموعة من القضايا المنطقية. فما هو الاتساق بين القضايا و ما هي مراحله؟

أ – **التعريف بالاتساق:** " تكون مجموعة من القضايا المنطقية متسقة consistency إذا وجدت حالة واحدة، على الأقل، تصدق فيها كل قضايا المجموعة. "[1] أو هو مجموعة من الصيغ لم يكن بالإمكان اشتقاق صيغ متناقضة منها.. بل يجب أن تكون جميعها صادقة في نفس الوقت ، و هذا شرط كاف لاتساقها.'[2] و تكون مجموعة من القضايا غير متسقة inconsistency إذا لم توجد حالة واحدة تصدق فيها كل قضايا المجموعة."[3] و اللجوء إلى الاتساق بين القضايا نابع من تقرير المنطق ذاته، لما تبيّن أن البداهة الحدسية لا تستطيع في المنطق المعاصر أن تضمن الاتساق في النسق الصوري[4] . و حتى نقرب الفهم للقارئ، فالاتساق نقرؤه أُفُقيا في جداول الصدق. عكس الصيغ التي نقرؤها عموديا.

---

[1] - أحمد موساوي، مدخل جديد الى المنطق المعاصر، ص 169.

[2] - أسعد الجنابي، مرجع سابق، ص 95

[3] - أحمد موساوي، المرجع نفسه، ص 169

[4] - - Marc Peeters ; Sébastien Richard . Logique formelle . édi Mardaga . p 85

ب – **الخطوات العملية:**

المثال الأول : لدينا مجموعة القضايا التالية: ~ **(** ق ⊂ ك**)** ، **(** ~ ق ∨ ك **)**.

تتألف من قضيتين مركبتين. هل المجموعة " مج" متسقة أم غير متسقة ؟

الخطوة 1 : نقوم بترتيب القضيتين معا ترتيبا عموديا في شجرة صدق واحدة و هي كما يلي:

الخطوة الثانية: تفريع القضايا:

~ (ق ⊂ ك)

|

(~ ق ∨ ك)

|

ق

|

~ ك

~ ق x   ك **x**

فروع الشجرة مغلقة لاحتوائها على تناقض. الفرع الأول يحتوي على تناقض بين ~ ق ، ق ، و الثاني بين، ك ، ~ ك . لا توجد حالة واحدة تصدق فيها كل القضايا، إذن المجموعة **غير متسقة.**

- **المثال الثاني :**

لدينا مج = [(ق ⊃ ~ ك) ، (~ ق ∨ ك) ، (ق ∧ ~ ك)]

مجموعة مؤلفة من ثلاث قضايا مركبة.

هل المجموعة (مج) متسقة أم هي غير متسقة ؟

الخطوة الأولى :

ترتيب القضايا ترتيبا عموديا في شجرة صدق واحدة :

(ق ⊃ ~ ك)

|

(~ ق ∨ ك)

|

(ق ∧ ~ ك)

|

الخطوة الثانية

نقوم بعملية التفريع

المطابق لقواعد الروابط

ق

|

~ ك

~ ق x   ~ ك

~ ق x   ك x

فروع الشجرة مغلقة لاحتوائها على تناقض. الفرع الأول يحتوي على تناقض بين ~ ق ، ق ، و الثاني بين، ك ، ~ ك . لا توجد حالة واحدة تصدق فيها كل القضايا، إذن المجموعة **غير متسقة.**

- **المثال الثالث:**

مج = [(ق ∨ ل)، ~ (ل ⊂ ~ ك) ، (ق ⊂ ~ ك)] هل مج متسقة؟

الخطوة 1:

نرتب القضايا عموديا في شجرة صدق واحدة:

1/ (ق ∨ ل)

2/ ~ (ل ⊂ ~ ك)

3/ (ق ⊂ ~ ك)

الخطوة 2: نفرع القضايا حسب قواعد الروابط

ل

~~ ك

ك

~ كx   **~ ق**

ل   قx

نلاحظ على شجرة الصدق وجود فرعين مغلقين، الأول يحتوي على تناقض : ك، ~ ك ، و الثاني: ق ، ~ ق. أما الفرع الثالث فهو مفتوح لأنه لم يحتو على تناقض. و في هذه الحالة تصدق القضايا الثلاث معا بالنسبة إلى ما يلي:

[ل ، ~ ق ، ك]

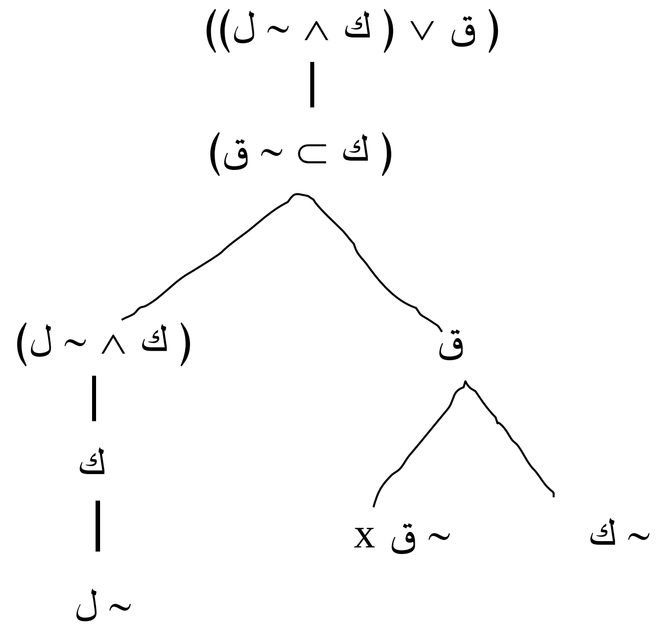
إذن مج متسقة .

المثال 4:

مج =] (ق ∨ (ك ∧ ~ ل)) ، (ك ⊂ ~ ق) مجموعة مكوّنة من قضيتين مركبتين .

- **الخطوة 1:**

نقوم بترتيب القضيتين معا ترتيبا عموديا في شجرة صدق واحدة على الشكل التالي:



نلاحظ في شجرة الصدق وجود فرع واحد مغلق، ق ، ~ ق و يبقى فرعان مفتوحان لأنهما لم يحتويا على تناقض. و في الحالتين تصدق القضيتان بالنسبة إلى ما يلي:

أ : ق ، ~ ك

ب : ~ ل ، ك ،

إذن مج : متسقة

في مجموع الدروس التي مرّت بنا نستخلص أنّ المنطق الصوري المعاصر تميّز بنوع من الصورنة الحادة التي تجاوزت الرياضيات، لما لها من طابع العموم الذي يستغرق كل قوانين العلوم الأخرى. بل قل: إنّ الكثير من القوانين و النظريات العلمية المعاصرة ما كان لها أن تخرج و أن تصاغ ما لم تلتحق بدوال المنطق الرمزي .

وجدنا لغة اصطناعية جديدة ، و استنباط مبني على صرامة و دقة كبيرة، تركّز على العلاقات بين القضايا دون الاهتمام بمضمونها، تلك التي عرفت توسعا كبيرا عند المناطقة أدى إلى ابتكار مصطلحات جديدة و روابط دقيقة و أنساق متعددة.

هذا التوسيع لا نفهم منه رفض المنطق القديم أو تخطيئه، و إنما هو نوع من الاطلاع على جوانب و أبواب أخرى لم يطرقها المعلّم الأول. و ما الطرق المختلفة التي استعملها المناطقة لتقويم العبارات المنطقية إلاّ دليل على وحدة الاستنتاج (الصيغة المنطقية) و اختلاف في الاستنباط . ركزنا على المنطق القضوي في هذا المستوى و أجلنا منطق المحمولات إلى مستوى آخر .

- **المصادر و المراجع :**
- **باللغة الأجنبية :**

– – Joseph Dopp. Formalisation de la logique . revue philosophique de Levrain vol 50. n 28. 1952

[2] – L – COUTURAT L' algébre de la logique ; Paris Gauthier – Villars 1905 trad ; Mahmoud Yagoubi –

3- CF Couturat ; La logique de Leibniz : Paris : 1901

4- Aristote ; Metaphysique ; 4 ; 10 ; 105a- J T Vrin 1966

5- C F K Grelling . Travaux du congrés international de philosophie ; Paris Herman ;1937 ; vol 04

6- Susan K – Langer ; AN Introduction to symbolic logic ; Dover publication 1976

7- Stéphane Devismes Pascal Lafourcade Introduction à la logique .I N F 242

8- Gerard CHazal. Eléments de Logique formelle. Editions Hermès Paris.1996

9-Marc Peeters . Sébastien Richard . Logique formelle . édition Mardaga Belgique 2009

2/ باللغة العربية:

- موساوي أحمد، مدخل جديد الى المنطق المعاصر، معهد المناهج، 2007،

[2]– ماري لويز رور، مبادئ المنطق المعاصر، ترجمة الدكتور محمود يعقوبي، دار الكتاب الحديث، ط2، 2014

[3]– محمد ثابت الفندي، أصول المنطق الرياضي، دار النهضة العربية ط1، 1972،

[4] – – روبير بلانشي، تاريخ المنطق من أرسطو إلى راسل، ترجمة محمود يعقوبي ، دار الكتاب الحديث، 2004

محمود يعقوبي، خطبة كتاب روبير بلانشي العقل و الخطاب، دار الكتاب الحديث، 2010،

[5]– محمود يعقوبي، معجم الفلسفة، دار الميزان للنشر، ط2،

6- أرسطو، باري إيرمنياس، نقل اسحاق بن حنين، 117-2-8، ت عبد الرحمن بدوي، ط1، دار القلم ج1، 1980،

7 – روبير بلانئشي، العقل و الخطاب، دفاع عن المنطق الفكري، ترجمة محمود يعقوبي، دار الكتاب الحديث، القاهرة، 2009،

08- نجيب الحصادي، أسس المنطق الرمزي ، دار النهضة العربية بيروت ، دون تاريخ.

09- محمد مرسلي، دروس في المنطق الاستدلالي الرمزي، دار توبقال دار توبقال، المغرب ، ط1، 1989،

10- محمد محمد قاسم، نظريات المنطق الرمزي دار المعرفة الجامعية 2002،

11- أسعد الجنابي، المنطق الرمزي المعاصر، دار الشروق للنشر، ط1، 2007.

12- أبي علي بن سينا، كتاب الشفاء، القياس.